

12.SINIF

MATEMATİK

Kazanım Merkezli Soru Kitapçığı

İntegral
Çemberin
Analitik İncelenmesi

YENİ NESİL
ÖSYM TİPİ SORULAR

KOLAYDAN ZORA

AKILLI TAHTAYA UYGUN

MÜFREDATA UYGUN

Video
Çözümlü

Uygulamayı Buradan İndirebilirsiniz.

Sonuç Video Çözüm



SONUÇ
YAYINLARI

SONUÇ YAYINLARI

12. SINIF MATEMATİK İNTEGRAL ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.

Bu kitabın tüm hakları, Etkin Sonuç Yayıncılık Mat. Dağ. Eğt. San. Tic. Ltd. Şti.'ne aittir.

Baskı – Cilt

ADA Matbaacılık San. ve Tic. Ltd. Şti.
Uğur Mumcu Mahallesi 1578. Sokak No: 21
Atısan 06370 Ostim – Yenimahalle / ANKARA

Tel: (0 312) 385 54 10 (pbx)

Belgeç: (0 312) 385 54 19

Dizgi – Grafik

Sonuç Yayınları Dizgi Birimi

Ana Dağıtım

Korkutreis Mah. Sezenler Cad. 16/9 Sıhhiye
Çankaya / ANKARA

Tel: (0 312) 229 02 81

Cep: (0 555) 893 92 92

İÇİNDEKİLER

İNTEGRAL

BELİRSİZ İNTEGRAL

TEMEL İNTEGRAL ALMA KURALLARI	5
BELİRSİZ İNTEGRAL-TÜREV İLİŞKİSİ	7
DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME İLE İNTEGRAL ALMA	9

BELİRLİ İNTEGRAL

RIEMANN KAVRAMI VE BÖLÜNTÜ	14
BELİRLİ İNTEGRAL VE BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ	17
PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALI	24
BELİRLİ İNTEGRAL – TÜREV İLİŞKİSİ	26
BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME	28
BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI	33
DOĞRUSAL HAREKET PROBLEMLERİ	39

YENİ NESİL SORULAR 13, 22, 30, 42

BELİRSİZ İNTEGRAL	44
TEST	
BELİRSİZ İNTEGRAL – TÜREV İLİŞKİSİ	46
TEST	
DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME İLE İNTEGRAL ALMA	48
TEST	
BELİRLİ İNTEGRAL	50
TEST	
BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ	52
TEST	
PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALI	54
TEST	
BELİRLİ İNTEGRAL – TÜREV İLİŞKİSİ	56
TEST	
BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME	57
TEST	
İNTEGRAL İLE ALAN HESABI	59
TEST 1, TEST 2, TEST 3	
İNTEGRAL UYGULAMALARI	64
TEST	

İNTEGRAL

KARMA TEST 1, KARMA TEST 2	65
----------------------------------	----

İNTEGRAL

ÇIKMIŞ SORULAR	69
----------------------	----

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

ÇEMBERİN STANDART DENKLEMİ.....	78
ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ	92
BİR NOKTA İLE BİR ÇEMBERİN KONUMU	100
ÇEMBER İLE DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE KONUMU	102
YENİ NESİL SORULAR	91, 108

ÇEMBERİN STANDART DENKLEMİ	110
TEST 1, TEST 2, TEST 3	
ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ	116
TEST 1, TEST 2,	
BİR NOKTA İLE BİR ÇEMBERİN KONUMU	120
TEST	
ÇEMBER İLE DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE KONUMU	121
TEST 1, TEST 2,	

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

ÇIKMIŞ SORULAR	125
----------------------	-----

Temel İntegral Alma Kuralları – I

Örnek

Aşağıda verilen integrallerin eşitlerini bulunuz.

a. $\int 4 dx$

b. $\int -\sqrt{3} dx$

c. $\int x^3 dx$

d. $\int \sqrt{x} dx$

> c bir sabit olmak üzere,

$y = f(x)$ fonksiyonu için $F'(x) = f(x)$ oluyorsa $F(x) + c$ fonksiyonuna $y = f(x)$ fonksiyonunun **belirsiz integrali** denir ve

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

şeklinde gösterilir. Buradaki c sayısına **integral sabiti**, $f(x)$ e **integrant** ve dx diferansiyelindeki x e de **integral değişkeni** adı verilir.

Bu açıklamalar doğrultusunda belirsiz integral için aşağıdaki soru sorulabilir;

"Hangi fonksiyonun türevi $y = f(x)$ tir?"

c bir gerçektek sayı olmak üzere,

> $\int 0 dx = c$

> $\int a dx = ax + c$

> $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ ($n \neq -1$) dir.



Çözüm

c bir gerçektek sayı olmak üzere,

a. $\int 4 dx = 4x + c$

b. $\int -\sqrt{3} dx = -\sqrt{3}x + c$

c. $\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$

d. $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$
 $= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$

bulunur.

Aşağıda verilen integrallerin eşitlerini bulunuz.

1. $\int 6 dx$

2. $\int \sqrt{2} dx$

3. $\int x^4 dx$

4. $\int \sqrt[3]{x} dx$

5. $\int \frac{1}{x^3} dx$

6. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx$

sonuç yayınları

1. $6x + c$ 2. $\sqrt{2}x + c$ 3. $\frac{x^5}{5} + c$ 4. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + c$ 5. $-\frac{1}{2x^2} + c$ 6. $\frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + c$

Temel İntegral Alma Kuralları - II

Örnek

$$\int (x^2 + \sqrt{x} - 2) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

f ve g sürekli fonksiyonlar ve k bir gerçektek sayı olmak üzere,

$$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \text{ tir.}$$



Çözüm

$$\begin{aligned} \int (x^2 + \sqrt{x} - 2) dx &= \int (x^2 + x^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot x^0) dx \\ &= \frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 2 \frac{x^{0+1}}{0+1} + c \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 2x^1 + c \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. $\int (x^2 - 3x) dx$ integralinin eşitini bulunuz.

4. $\int \frac{x^4 + x^2}{x^2} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

2. $\int (\sqrt{x} - 1)^2 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

5. $\int (x^{-3} + x^2) dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $\int (2x - 1) dt$ integralinin eşitini bulunuz.

6. $\int x \cdot (x + 3)^2 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2} x^2 + c$ 2. $\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + x + c$ 3. $(2x - 1) \cdot t + c$ 4. $\frac{x^3}{3} + x + c$ 5. $-\frac{1}{2x^2} + \frac{x^3}{3} + c$ 6. $\frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{9x^2}{2} + c$

Belirsiz İntegral - Türev İlişkisi - I

Örnek

$$\int x^2 \cdot f(x) dx = 3x^4 - 5x^3 + 6$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

$$\Rightarrow \int d(f(x)) = f(x) + c$$

$$\Rightarrow \int f'(x) dx = f(x) + c$$



Çözüm

$\int x^2 \cdot f(x) dx = 3x^4 - 5x^3 + 6$ ifadesinde her iki tarafın türevini alalım.

Bu durumda, $x^2 \cdot f(x) = 12x^3 - 15x^2$

$$f(x) = \frac{12x^3 - 15x^2}{x^2}$$

$$f(x) = 12x - 15 \text{ olur.}$$

1. $\frac{d}{dx} \int (x^2 + 3x) dx$ ifadesinin eşitini bulunuz.



3.

$$\int (x+1) \cdot f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x + 1$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.



2. $\int d(x + \sqrt{x})$ ifadesinin eşitini bulunuz.



4.

$$\int \frac{d(x^3 + 3x)}{x^2 + 1} \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$



sonuç yayınları

1. $x^2 + 3x$ 2. $x + \sqrt{x} + c$ 3. $x + 3$ 4. $3x + c$

Belirsiz İntegral - Türev İlişkisi - II

Örnek

$f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $(-1, 1)$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 dir.

$f'(x) = 2x + a$ olduğuna göre, $f(-2)$ değeri kaçtır?



Çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $(-1, 1)$ noktasındaki teğetinin eğimi 2 olduğuna göre,

$f(-1) = 1$ ve $m_T = 2$ yani $f'(-1) = 2$ dir.

$$f'(-1) = 2 \Rightarrow 2 = 2 \cdot (-1) + a \Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

$$f'(x) = 2x + 4 \Rightarrow \int f'(x) dx = \int (2x + 4) dx$$

$$\Rightarrow f(x) + c_1 = x^2 + 4x + c_2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 4x + c \quad (c_2 - c_1 = c)$$

$$f(-1) = 1 \Rightarrow 1 = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + c$$

$$\Rightarrow c = 4 \text{ tür.}$$

Bu durumda, $f(x) = x^2 + 4x + 4$

$$\Rightarrow f(-2) = 4 - 8 + 4 = 0 \text{ bulunur.}$$

1.

$$f'(x) = 2x - 1 \text{ ve } f(1) = 3$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

2.

$$f'(x) = 3x^2 - 4 \text{ ve } f(1) = 5$$

olduğuna göre, $f(-2)$ değeri kaçtır?

3.

$$f''(x) = 12x, f'(-1) = 4 \text{ ve } f(1) = 3$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

4.

$f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $(1, 0)$ noktasındaki teğetinin eğimi 3 tür.

$f'(x) = 2x - a$ olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

5.

$f''(x) = 12x$ olmak üzere,

$f(x)$ fonksiyonuna $A(1, 3)$ noktasından çizilen teğetinin eğimi 5 olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

sonuç yayınları

1. 5 2. 8 3. 15 4. -2 5. 1

Değişken Değişirme ile İntegral Alma - I

Örnek

$\int (2x - 1) \cdot (x^2 - x + 3)^4 dx$
integralinin eşitini bulunuz.



Çözüm

$x^2 - x + 3 = u$ alınırsa, (parantez içine u denir)

$(2x - 1) dx = du$ olur.

Buna göre,

$$\begin{aligned}\int (2x - 1) \cdot (x^2 - x + 3)^4 dx &= \int u^4 du \\ &= \frac{u^5}{5} + c \\ &= \frac{(x^2 - x + 3)^5}{5} + c \text{ dir.}\end{aligned}$$

1. $\int (x - 5)^7 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

4. $\int 4x^3 \cdot (x^4 - 1)^5 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

2. $\int 4(x + 1)^3 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

5. $\int (3x^2 - 2) \cdot (x^3 - 2x + 5)^3 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $\int (2x + 5)^4 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

6. $\int (4x + 6) \cdot (x^2 + 3x - 1)^3 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

Değişken Değişirme ile İntegral Alma – II

Örnek

$\int (2x - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7x + 5} dx$
integralinin eşitini bulunuz.



Çözüm

$x^2 - 7x + 5 = u$ alınırsa, (kökün içine u denir)

$(2x - 7) dx = du$ olur.

$$\begin{aligned} \int (2x - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7x + 5} dx &= \int \sqrt{u} du = \int u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2}{3} \cdot u^{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{(x^2 - 7x + 5)^3} + c \end{aligned}$$

1. $\int 2x \cdot \sqrt{x^2 - 1} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 3} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

2. $\int (x + 1) \cdot \sqrt{x^2 + 2x} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

4. $\int x \cdot \sqrt{x + 5} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

(İpucu: $x + 5 = u^2$ dönüşümü yapılır.)

sonuç yayınları

$$1. \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(x^2 - 1)^3} + c \quad 2. \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(x^2 + 2x)^3} + c \quad 3. \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(x^2 - 3)^4} + c \quad 4. \frac{2\sqrt{(x+5)^5}}{5} - \frac{10\sqrt{(x+5)^3}}{3} + c$$

Değişken Değişirme ile İntegral Alma – III

Örnek

$$\int \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



Çözüm

$x^3 + 1 = u$ alınırsa

$3x^2 dx = du$ olur.

$$\int \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} dx = \int \frac{1}{u^2} du$$

$$= -\frac{1}{u} + c$$

$$= -\frac{1}{x^3 + 1} + c \text{ olur.}$$

1.

$$\int \frac{2x}{(x^2 - 1)^4} dx \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$

3.

$$\int \frac{(x - 1) dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$

2.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x + 7}} \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$

4.

$$\int \frac{x - 2}{(x^2 - 4x)^3} dx \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$

sonuç yayınları

$$1. -\frac{1}{3(x^2 - 1)^3} + c \quad 2. \sqrt{2x + 7} + c \quad 3. \sqrt{x^2 - 2x + 5} + c \quad 4. -\frac{1}{4(x^2 - 4x)^2} + c$$

İrrasyonel Fonksiyonların İntegrali

Örnek

$$\int \frac{\sqrt{2x-1}+2}{\sqrt[3]{2x-1}} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

➤ $\sqrt[m]{ax+b}$ ve $\sqrt[n]{ax+b}$ köklü ifadelerini içeren fonksiyonların integrallerini hesaplamak için

EKOK (m,n) = k olmak üzere,

$ax+b = u^k$ değişken değiştimesi yapılır.



Çözüm

EKOK (2,3) = 6 bulunur ve $2x-1$ ifadesi 2. ve 3. dereceden kök içerisinde olduğundan $2x-1 = u^6$ dönüşümü yapılır.

$$2x-1 = u^6 \Rightarrow 2dx = 6u^5 du \Rightarrow dx = 3u^5 du$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{2x-1}+2}{\sqrt[3]{2x-1}} dx &= \int \frac{\sqrt{u^6}+2}{\sqrt[3]{u^6}} \cdot 3u^5 du \\ &= 3 \int \frac{u^3+2}{u^2} \cdot u^5 du \\ &= 3 \int (u^3+2) \cdot u^3 du \\ &= 3 \int (u^6+2u^3) du \\ &= 3 \left(\frac{u^7}{7} + \frac{2u^4}{4} \right) + c \\ &\quad \left(u^6 = 2x-1 \rightarrow u = (2x-1)^{\frac{1}{6}} \right) \\ &= \frac{3}{7} (2x-1)^{\frac{7}{6}} + \frac{3}{2} (2x-1)^{\frac{2}{3}} + c \end{aligned}$$

bulunur.

1. $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt[6]{x+1}} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $\int x^5 \sqrt{x^3+1} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

2. $\int x \sqrt{x^2+1} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

4. $\int \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[6]{x-1}} dx$ integralinin eşitini bulunuz.

sonuç yolları

1. $\frac{6}{7} (x+1)^{\frac{7}{6}} - \frac{6}{5} (x+1)^{\frac{5}{6}} + c$ 2. $\frac{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}{3} + c$ 3. $\frac{2}{15} (x^3+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{9} (x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$ 4. $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(x-1)^4} + \frac{6}{7} \sqrt[3]{(x-1)^7} + c$

YENİ NESİL SORULAR

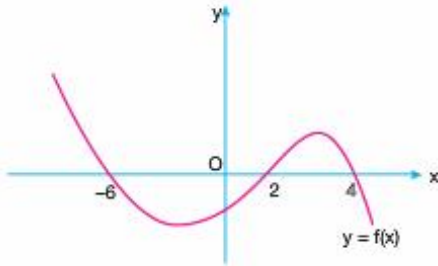
1. Aşağıdaki tabloda A sütununda verilen ifadelerin x e göre türevleri B sütununda karışık olarak verilmiştir.

A	B
$\sqrt{x}$	$4x$
$\sqrt[3]{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$2x^2$	$-\frac{1}{x^3}$
	$\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

Buna göre, boş kutucuğa aşağıdaki ifadelerden hangisi gelebilir?

- A) $-\frac{4}{x^4}$ B) $-\frac{1}{2x^2}$ C) $\frac{1}{2x^2}$
D) $\frac{4}{x^4}$ E) $\frac{2}{x^2}$

2. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde üçüncü dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int f(x) dx = \frac{mx^4}{12} + \frac{7x^2}{12} + nx$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

3. Bir hareketlinin zamana bağlı hız fonksiyonunun ($V(t)$) türevi, ivme fonksiyonunu ($a(t)$) vermektedir. Buna göre,

$$V'(t) = a(t) \text{ dir.}$$

Bir parçacığın $t \geq 0$ anındaki hızı $V(t)$ ve ivmesi $a(t)$ fonksiyonları ile ifade ediliyor.

Bu fonksiyonlar arasında

$$3a(t) \cdot V^2(t) = 2t$$

bağıntısı sağlanıyor.

Bu parçacığın $t = 0$ anındaki hızı sıfır olduğuna göre, $t = 8$ anındaki hızı kaç m/sn dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

4. Bir ürünün marjinal maliyeti, maliyet fonksiyonunun türevi olarak tanımlanmaktadır. x üretim adedini göstermek üzere bir imalathanenin TL cinsinden marjinal maliyeti

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)^2 \cdot (2x - 3)$$

biçiminde hesaplanıyor.

Bu üründen sadece bir tane üretmenin maliyeti 150 TL olduğuna göre, 5 tane üretmenin maliyeti kaç TL olur?

- A) 726 B) 730 C) 735 D) 742 E) 750

sonuç yayınları

Riemann Kavramı ve Bölüntü - I

- $[a, b]$, $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b$ noktalarıyla n parçaya bölündüğünde elde edilen

$$P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$$

kümesine $[a, b]$ nın bir bölüntüsü denir. Bu n parça birbirine eşit uzunlukta ise p bölüntüsüne **düzgün bölüntü** denir.

- Bu düzgün bölüntüde $[a, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, b]$ kapalı aralıklarının her birinin uzunluğu

$$\Delta x = x_k - x_{k-1} = \frac{b-a}{n} \text{ dir. } (k \in \{1, 2, \dots, n\})$$

f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında pozitif tanımlı ve sürekli bir fonksiyon, $A = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ kümesi $[a, b]$ aralığının düzgün bölüntüsü olsun.

$f_k, f(x)$ fonksiyonunun $[x_{k-1}, x_k]$ aralığındaki en küçük değeri olmak üzere,

$$f_1 \cdot \Delta x + f_2 \cdot \Delta x + \dots + f_n \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n f_k \cdot \Delta x$$

toplamına **Riemann alt toplamı** denir.

- $F_k, f(x)$ fonksiyonunun $[x_{k-1}, x_k]$ aralığındaki en büyük değeri olmak üzere,

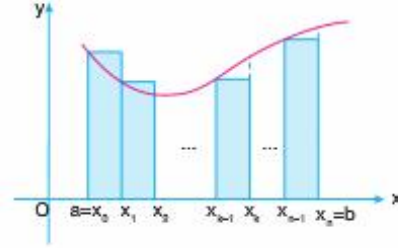
$$F_1 \cdot \Delta x + F_2 \cdot \Delta x + \dots + F_n \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n F_k \cdot \Delta x$$

toplamına **Riemann üst toplamı** denir.

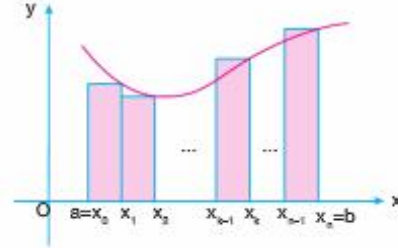
- $f(z_k), f(x)$ fonksiyonunun $[x_{k-1}, x_k]$ aralığındaki herhangi bir değeri iken, $(x_{k-1} \leq z_k \leq x_k)$

$$f(z_1) \cdot \Delta x + f(z_2) \cdot \Delta x + \dots + f(z_n) \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n f(z_k) \cdot \Delta x$$

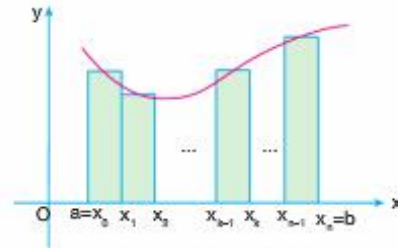
toplamına ise **Riemann toplamı** denir.



Riemann alt toplamı



Riemann üst toplamı



Riemann toplamı

Riemann alt ve üst toplamında $[a, b]$ aralığını n eşit parçaya bölmüştük. n değeri arttıkça eğrinin altında kalan alan gerçek değerine daha da yaklaşır.

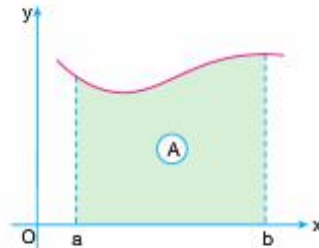
O halde $n \rightarrow \infty$ için bu toplamların limiti alındığında alanın gerçek değerine ulaşılır.

$$\sum_{k=1}^n f_k \cdot \Delta x \leq \sum_{k=1}^n f(z_k) \cdot \Delta x \leq \sum_{k=1}^n F_k \cdot \Delta x$$

eşitsizliğinde $n \rightarrow \infty$ için her tarafın limiti alınırsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_k \cdot \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} F_k \cdot \Delta x = A \text{ olduğundan,}$$

$$A \leq \lim_{n \rightarrow \infty} f(z_k) \cdot \Delta x \leq A \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} f(z_k) \cdot \Delta x = A \text{ olur.}$$



Riemann Kavramı ve Bölüntü - II

Örnek

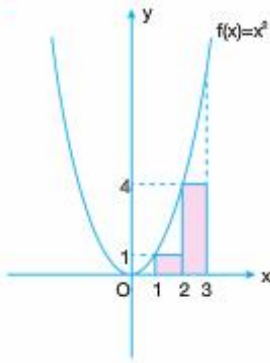
$$f(x) = x^2$$

fonksiyonunun grafiğinin $x = 0$, $x = 3$ doğruları ve x eksenine ile sınırlı kısmının alanını,

- $[0, 3]$ aralığını 3 eş parçaya bölerek,
- $[0, 3]$ aralığını 4 eş parçaya bölerek tahmin ediniz.

Çözüm

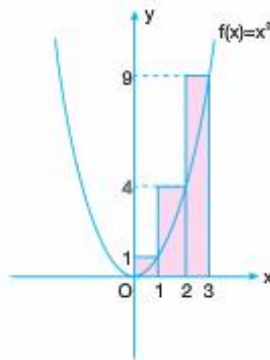
a.



$[0, 3]$ aralığı 3 eş parçaya bölünürse her bir parçanın uzunluğu, $\frac{3-0}{3} = 1$ br olur.

Alt dikdörtgenlerin alanları toplamı $= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 = 5 \text{ br}^2$ olur.

(Riemann alt toplamı)



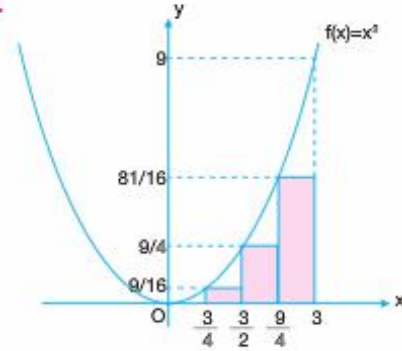
Üst dikdörtgenlerin alanları toplamı $= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 9 = 14 \text{ br}^2$ olur.

(Riemann üst toplamı)

O halde, tahmini alan $= \frac{1}{2} \cdot (5 + 14)$

$$= \frac{19}{2} = 9,5 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

b.

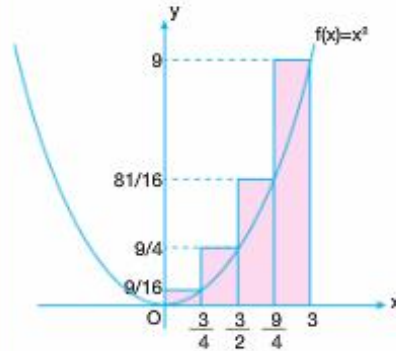


$[0, 3]$ aralığı 4 eş parçaya bölünürse her bir parçanın uzunluğu, $\frac{3-0}{4} = \frac{3}{4}$ br olur.

Alt dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} + \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{81}{16} = \frac{27}{64} + \frac{27}{16} + \frac{243}{64} = \frac{378}{64} = \frac{189}{32} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

(Riemann alt toplamı)



Üst dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} + \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{81}{16} + \frac{3}{4} \cdot 9 = \frac{27}{64} + \frac{27}{16} + \frac{243}{64} + \frac{27}{4} = \frac{405}{32} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

(Riemann üst toplamı)

$$\text{O halde, tahmini alan} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{189}{32} + \frac{405}{32} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{594}{32}$$

$$= \frac{297}{32} \text{ br}^2 \text{ bulunur. } (\approx 9,281)$$

Bu tür soruların çözümünde parçalanış sayısı arttıkça, elde edilen alanların, gerçek alan değerine yaklaştığı görülür.

Örnek 1

$$\int_0^3 x \, dx$$

belirli integralini hesaplayınız.



Çözüm

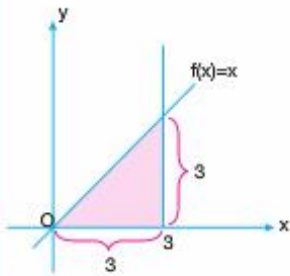
$f(x) = x$ fonksiyonu, $[0, 3]$ aralığında sürekli olduğundan, bu aralıkta belirli integrali vardır. $[0, 3]$ aralığını, uzunluğu $\Delta x = \frac{3}{n}$ olan n eşit alt aralığa bölersek bu alt aralıklar

$$\left[0, \frac{3}{n}\right], \left[\frac{3}{n}, \frac{6}{n}\right], \dots, \left[\frac{3 \cdot (n-1)}{n}, 3\right] \text{ olur.}$$

$z_1 = \frac{3}{n}, z_2 = \frac{6}{n}, \dots, z_n = 3$ için Riemann toplamı,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f(z_i) \cdot \Delta x_i &= \frac{3}{n} \cdot \frac{3}{n} + 2 \cdot \frac{3}{n} \cdot \frac{3}{n} + \dots + n \cdot \frac{3}{n} \cdot \frac{3}{n} \\ &= \frac{9}{n^2} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + n) \\ &= \frac{9}{n^2} \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} \\ &= \frac{9}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^3 x \, dx &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(z_i) \cdot \Delta x_i \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \right) = \frac{9}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1} \\ &= \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{9}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$



Taralı alan,
 $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2} \text{ br}^2$ olup

$$\int_0^3 x \, dx \text{ belirli}$$

integralinin değeri de
 $\frac{9}{2}$ dir.

Örnek 2

$$\int_0^2 x^2 \, dx$$

belirli integralini hesaplayınız.



Çözüm

$f(x) = x^2$ fonksiyonu, $[0, 2]$ aralığında sürekli olduğundan, bu aralıkta belirli integrali vardır. $[0, 2]$ aralığını, uzunluğu $\Delta x = \frac{2}{n}$ olan n eşit aralığa bölersek bu alt aralıklar,

$$\left[0, \frac{2}{n}\right], \left[\frac{2}{n}, \frac{4}{n}\right], \left[\frac{4}{n}, \frac{6}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-2}{n}, 2\right] \text{ olur.}$$

$z_1 = \frac{2}{n}, z_2 = \frac{4}{n}, z_3 = \frac{6}{n}, \dots, z_n = 2$ için

Riemann toplamı,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f(z_i) \cdot \Delta x_i &= \frac{4}{n^2} \cdot \frac{2}{n} + \frac{16}{n^2} \cdot \frac{2}{n} + \frac{36}{n^2} \cdot \frac{2}{n} + \dots + 4 \cdot \frac{2}{n} \\ &= \frac{8}{n^3} \cdot (1 + 4 + 9 + \dots + n^2) \\ &= \frac{8}{n^3} \cdot \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 x^2 \, dx &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(z_i) \cdot \Delta x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right) \\ &= \frac{4}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{1 \cdot n^2} \right) \\ &= \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{1} \right) = \frac{8}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Belirli İntegral

Örnek

$$\int_0^1 (x-2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

➤ $\int f(x) dx = F(x) + c$ olmak üzere,

$F(x)$, $f(x)$ in belirsiz integralidir.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ dir.}$$



Çözüm

$$\int_0^1 (x-2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1^2}{2} - 2 \cdot 1 \right) - \left(\frac{0^2}{2} - 2 \cdot 0 \right) = -\frac{3}{2} \text{ olur.}$$

1. $\int_1^4 3x^2 dx$ integralinin değeri kaçtır?

4. $\int_0^1 (mx-2) dx = 1$ olduğuna göre, m kaçtır?

2. $\int_0^1 (x^2-1)^2 dx$ integralinin değeri kaçtır?

5. $\int_a^b (2x-1) dx = 4$ ve $b-a=2$ olduğuna göre, $a+b$ toplamı kaçtır?

3. $\int_{-3}^6 \sqrt{x+3} dx$ integralinin değeri kaçtır?

sonuç yayınları

1. 63 2. $\frac{8}{15}$ 3. 18 4. 6 5. 3

Belirli İntegralin Özellikleri - I

Örnek

$$\int_2^4 f(x) dx = 8 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\int_4^2 (f(x) + x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

$f(x)$, $[a, b]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \text{ dir.}$$



Çözüm

$$\int_2^4 f(x) dx = 8 \Rightarrow \int_4^2 f(x) dx = -8 \text{ olur. Buna göre,}$$

$$\int_4^2 (f(x) + x) dx = \underbrace{\int_4^2 f(x) dx}_{-8} + \int_4^2 x dx$$

$$= -8 + \left. \frac{x^2}{2} \right|_4^2$$

$$= -8 + \frac{4}{2} - \frac{16}{2}$$

$$= -8 + 2 - 8 = -14 \text{ bulunur.}$$

1. $\int_{-7}^{-7} \frac{x^2 - 9}{x^4 + 1} dx$ integralinin değeri kaçtır?

3. $\int_{-1}^5 x^7 dx + \int_5^{-1} x^7 dx$ ifadesinin değeri kaçtır?

2. $\int_4^9 f(x) dx = 36$

olduğuna göre, $\int_9^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

4. $\int_2^4 (f(x) + 1) dx = 6$ olduğuna göre,

$$\int_4^2 (1 - f(x)) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

sonuç yayınları

1. 0 2. -36 3. 0 4. 2

Belirli İntegralin Özellikleri - II

Örnek

$$\int_0^2 (x^2 + x - 1) dx + \int_2^4 (x^2 + x - 1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

➤ $f(x)$, $[a, b]$ aralığında sürekli bir fonksiyon ve $c \in [a, b]$ olmak üzere,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ tir.}$$



Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^2 (x^2 + x - 1) dx + \int_2^4 (x^2 + x - 1) dx &= \int_0^4 (x^2 + x - 1) dx \\ &= \left. \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x \right|_0^4 \\ &= \frac{64}{3} + \frac{16}{2} - 4 - 0 \\ &= \frac{76}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1.

$$\int_1^3 f(x) dx = -5 \text{ ve } \int_3^6 f(x) dx = 9$$

olduğuna göre, $\int_1^6 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3.

$$\int_{-2}^1 (x^3 + x^2) dx + \int_1^2 (x^3 + x^2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

2.

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = -2, \int_1^4 f(x) dx = 3 \text{ ve}$$

$$\int_4^{11} f(x) dx = 10$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^{11} f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

4.

$$\int_0^8 f(x) dx = 21 \text{ ve } \int_3^0 f(x) dx = -7$$

olduğuna göre, $\int_8^3 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

sonuç yayınları

1. 4 2. 11 3. $\frac{16}{3}$ 4. -14

Belirli İntegralin Özellikleri – III

Örnek

$f(x)$, $[-3, 9]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\int_{-3}^9 4 \cdot f(x) dx = 28$$

olduğuna göre, $\int_{-3}^9 7 \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

➤ $f(x)$, $[a, b]$ aralığında sürekli bir fonksiyon ve c bir gerçektek sayı olmak üzere,

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx \text{ tir.}$$



Çözüm

$$\int_{-3}^9 4 \cdot f(x) dx = 28 \Rightarrow 4 \cdot \int_{-3}^9 f(x) dx = 28$$

$$\Rightarrow \int_{-3}^9 f(x) dx = 7 \text{ dir.}$$

O halde,

$$\int_{-3}^9 7 \cdot f(x) dx = 7 \cdot \underbrace{\int_{-3}^9 f(x) dx}_7 = 7 \cdot 7 = 49 \text{ bulunur.}$$

1. $f(x)$, $[1, 3]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\int_1^3 f(x) dx = 4$$

olduğuna göre, $\int_1^3 5 \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları sırasıyla $[-2, 1]$ ve $[1, 5]$ aralıklarında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-2}^1 2 \cdot f(x) dx = 8 \text{ ve } \int_1^5 3 \cdot g(x) dx = 18$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^1 3 \cdot f(x) dx + \int_5^1 2 \cdot g(x) dx$ ifadesinin değeri kaçtır?

2. $f(x)$, $[3, 7]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\int_7^3 f(x) dx = 2$$

olduğuna göre, $\int_3^7 3 \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

Belirli İntegralin Özellikleri - IV

Örnek

$f(x)$ ve $g(x)$, $[0, 2]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_0^2 f(x) dx = -1$$

$$\int_0^2 g(x) dx = 4$$

olduğuna göre, $\int_0^2 [4 \cdot f(x) - 3 \cdot g(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

➤ $f(x)$ ve $g(x)$, $[a, b]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_a^b [f(x) \mp g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx \text{ tir.}$$



Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^2 [4 \cdot f(x) - 3 \cdot g(x)] dx &= \int_0^2 4 \cdot f(x) dx - \int_0^2 3 \cdot g(x) dx \\ &= 4 \cdot \int_0^2 f(x) dx - 3 \cdot \int_0^2 g(x) dx \\ &= 4 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -4 - 12 \\ &= -16 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1. $f(x)$ ve $g(x)$, $[-1, 2]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = 19 \text{ ve } \int_{-1}^2 g(x) dx = 17$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

3. $f(x)$ ve $g(x)$, $[-2, 3]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = 13 \text{ ve } \int_{-2}^3 g(x) dx = -2$$

olduğuna göre, $\int_{-2}^3 [5 \cdot f(x) - 3 \cdot g(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

2. $f(x)$ ve $g(x)$, $[2, 5]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_2^5 f(x) dx = 7 \text{ ve } \int_2^5 g(x) dx = -3$$

olduğuna göre, $\int_2^5 [f(x) - g(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

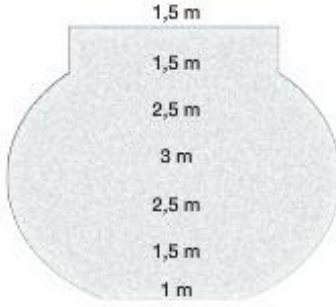
4.

$$\int_1^5 (x^2 + 5x) dx + \int_1^5 (x - x^2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

YENİ NESİL SORULAR

1. Aşağıda özel tasarım bir banyo paspası gösterilmiştir.



- Banyo paspasının en geniş yeri 3 metre, en dar yeri 1 metredir.
- Şekilde gösterilen tüm aralıklar eşit ve 50 şer cm dir.
- Bu halının metrekaresinin maliyeti 8 TL dir.

Halının alanı şeklinde verilen bölüntüye göre Riemann toplamı yardımı ile hesaplandığında halının toplam maliyeti hangi fiyat aralığında olur?

- A) (42, 56) B) (42, 64) C) (44, 56)
D) (56, 80) E) (60, 84)

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonu için

$$\int_{-2}^8 f(x) dx = 15$$

olduğu biliniyor.

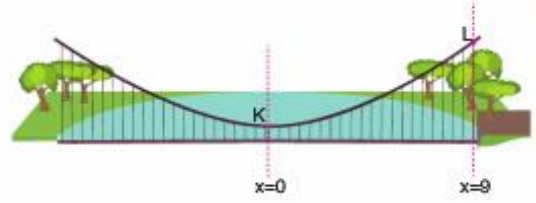
Buna göre,

$$\int_{-1}^1 [-4 + f(5x + 3)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -10

3. Aşağıdaki asma köprü'nün üst kısmındaki halat değiştirilmek isteniyor.



Çelikten yapılmış olan halatın uzunluğu

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

kuralı ile bulunmaktadır.

Halatın K ile L noktaları arasındaki kısmı

$$f(x) = \frac{2}{3} \cdot (x-1)^{\frac{3}{2}}$$

eğrisi ile modellenmektedir.

Buna göre, halatın $x = 0$ ve $x = 9$ doğruları arasında kalan parçasının uzunluğu kaç birim olur?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

4. $f(x)$ ve $g(x)$ gerçel sayılar kümesinde tanımlı ve sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = 15 \text{ ve } \int_{-2}^2 g(x) dx = 0$$

eşitlikleri veriliyor. Buna göre,

$$I. \int_{-2}^2 (2f(x) - g(x)) = 30$$

II. $f(x)$ çift fonksiyondur.

III. $g(x)$ tek fonksiyondur.

İfadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

Tek – Çift Fonksiyonların İntegrali

Örnek

$$\int_{-1}^1 x^3 dx + \int_{-3}^3 x^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

➤ $f(x)$ fonksiyonu sürekli ve tek ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ dir.}$$

➤ $f(x)$ fonksiyonu sürekli ve çift ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx \text{ tir.}$$



Çözüm

$f(x) = x^3$ fonksiyonu için $f(-x) = -f(x)$ olduğundan $f(x)$ tek fonksiyondur.

Dolayısıyla $\int_{-1}^1 x^3 dx = 0$ dir.

$g(x) = x^2$ fonksiyonu için $g(-x) = g(x)$ olduğundan $g(x)$ çift fonksiyondur.

$$\begin{aligned} \text{Dolayısıyla } \int_{-3}^3 x^2 dx &= 2 \int_0^3 x^2 dx \\ &= 2 \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^3 \\ &= 2 \cdot \frac{27}{3} - 0 = 18 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\text{O halde, } \int_{-1}^1 x^3 dx + \int_{-3}^3 x^2 dx = 0 + 18$$

= 18 bulunur.

1.

$$\int_{-4}^4 (x^3 + x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

3.

$$\int_{-2}^2 (3x^2 + 1) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

2.

$$\int_{-1}^1 (x^4 - x^2) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

4.

$$\int_{-1}^1 (x^4 - x^3) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

Parçalı Fonksiyonların İntegrali

Örnek

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre, $\int_{-1}^1 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?



Çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun kritik noktası $x = 0$ dir. Buna göre integrali parçalayalım.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 f(x) dx &= \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^0 (x - 1) dx + \int_0^1 x^2 dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-1}^0 + \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 \\ &= -\frac{3}{2} + \frac{1}{3} \\ &= -\frac{7}{6} \text{ olur.} \end{aligned}$$

1.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ 3, & x \geq 1 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

$\int_{-2}^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3.

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x - 1, & x > 1 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

$\int_{-2}^2 x \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

2.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

$\int_1^3 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

4.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 1 \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

$\int_{-1}^4 f(x + 1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

Örnek

$$\int_1^3 |3x^2 - 6x| dx$$

integralinin değeri kaçtır?



Çözüm

$$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2 \text{ (kritik noktalar)}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$3x^2 - 6x$		+	-	+
$ 3x^2 - 6x $	$3x^2 - 6x$	$-3x^2 + 6x$	$3x^2 - 6x$	

$$\begin{aligned} \int_1^3 |3x^2 - 6x| dx &= \int_1^2 (-3x^2 + 6x) dx + \int_2^3 (3x^2 - 6x) dx \\ &= \left(-\frac{3x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{3x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} \right) \Big|_2^3 \\ &= (-x^3 + 3x^2) \Big|_1^2 + (x^3 - 3x^2) \Big|_2^3 \\ &= [(-2^3 + 3 \cdot 2^2) - (-1^3 + 3 \cdot 1^2)] + [(3^3 - 3 \cdot 3^2) - (2^3 - 3 \cdot 2^2)] \\ &= 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. $\int_{-1}^3 |x - 2| dx$ integralinin değeri kaçtır?

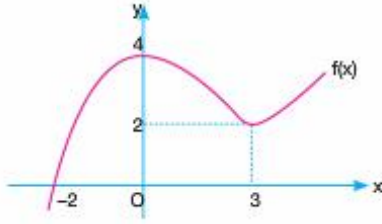
3. $\int_0^5 (x + |x - 3|) dx$ integralinin değeri kaçtır?

2. $\int_{-2}^2 |x^3| dx$ integralinin değeri kaçtır?

4. $\int_0^4 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$ integralinin değeri kaçtır?

Belirli İntegral – Türev İlişkisi – I

Örnek



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine

göre, $\int_{-2}^3 f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int f'(x) dx = f(x) + c \text{ dir.}$$

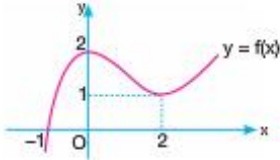


Çözüm

Grafiğe göre, $f(3) = 2$ ve $f(-2) = 0$ dir.

$$\begin{aligned} \text{Buna göre, } \int_{-2}^3 f'(x) dx &= f(x) \Big|_{-2}^3 \\ &= f(3) - f(-2) \\ &= 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

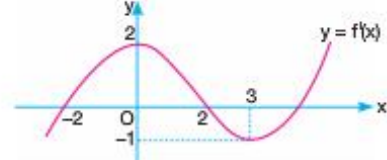
1.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine

göre, $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

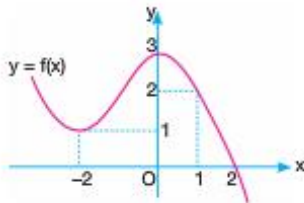
3.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_0^3 f'(x) \cdot f''(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

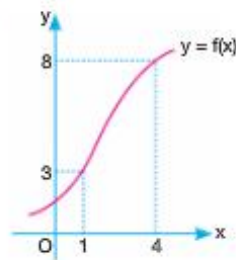
2.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine

göre, $\int_{-2}^1 f'(x) \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

4.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_1^4 x \cdot f'(x) dx = 10$$

olduğuna göre, $\int_1^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

Belirli İntegral – Türev İlişkisi – II

Örnek

$$f(x) = \int_2^{x-1} (t^2 - 1) dt$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?



Çözüm

$f(x)$ fonksiyonunun apsisli $x = 3$ olan noktasındaki teğetinin eğimi $m_T = f'(3)$ tür.

$$f(x) = \int_2^{x-1} (t^2 - 1) dt \Rightarrow f(x) = 1 \cdot ((x-1)^2 - 1) - 0 \cdot (2^2 - 1) \\ \Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$m_T = f'(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3 \text{ bulunur.}$$

1.

$$f(x) = \int_1^{2x} (t^2 - 10) dt \text{ olduğuna göre,}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

3.

$$f(x) = \int_{-1}^{3x} (t^2 - t + a) dt \text{ fonksiyonunun } x = 1$$

apsisli noktasında yerel ekstremum değeri olduğuna göre, a kaçtır?

2.

$$f(x) = \int_{2x+1}^3 (3t - 8) dt \text{ olduğuna göre,}$$

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

4.

$$f(x) = \int_3^{2x-1} ((t+1)^2 - 16) dt$$

fonksiyonunun daima azalan olduğu en geniş değer aralığını bulunuz.

sonuç yarınları

1. 12 2. -2 3. -6 4. (-2, 2)

Belirli İntegralde Değişken Değiştirme - I

Örnek

$$\int_1^2 (2x - 1) \cdot (x^2 - x)^3 dx$$

integralinin değeri kaçtır?



Çözüm

$$x^2 - x = u \Rightarrow (2x - 1) dx = du$$

$x^2 - x = u$ dönüşümü yapıldığında integral u ya bağlı olacağından integralin **sınırları değişir**.

$$x^2 - x = u \text{ için, } x = 2 \Rightarrow u = 2$$

$$x = 1 \Rightarrow u = 0 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 (2x - 1) \cdot (x^2 - x)^3 dx &= \int_0^2 u^3 du \\ &= \frac{u^4}{4} \Big|_0^2 \\ &= \frac{16}{4} - \frac{0}{4} = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Not: Belirli integralde, integral alındıktan sonra yapılan değişken değiştirme yerine yazılırsa integralin sınırlarını değiştirmeye gerek yoktur.

1. $\int_1^2 6x \cdot (x^2 + 1)^2 dx$ integralinin değeri kaçtır?

3. $\int_{-1}^2 f(3x + 1) dx = 6$ olduğuna göre,

$\int_{-2}^7 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

($3x + 1 = u$ değişken değiştirmesi yapılır.)

2. $\int_{-1}^1 (x^3 + 1)^3 \cdot x^2 dx$ integralinin değeri kaçtır?

4. $\int_1^4 f(x) dx = 12$ olduğuna göre,
 $\int_1^2 f(x^2) \cdot x dx$ integralinin değeri kaçtır?

sonuç yayınları

1. 117 2. $\frac{4}{3}$ 3. 18 4. 6

Belirli İntegralde Değişken Değişirme - II

Örnek

$$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} dx$$

integralinde $\sqrt{x} = u$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?



Çözüm

$$\sqrt{x} = u \Rightarrow x = u^2 \Rightarrow dx = 2u du$$

$$\sqrt{x} = u \text{ ise}$$

$$x = 4 \text{ için, } u = 2$$

$$x = 9 \text{ için, } u = 3 \text{ olur.}$$

Bulduğumuz değerleri yerine yerleştirirsek;

$$\begin{aligned} \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} dx &= \int_2^3 \frac{u-1}{u+1} 2u du \\ &= \int_2^3 \frac{2u^2-2u}{u+1} du \text{ integrali elde edilir.} \end{aligned}$$

1.

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} dx$$

integralinde $\sqrt{x} + 1 = u$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

3.

$$\int_0^7 \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$$

integralinde $x + 1 = u^3$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

2.

$$\int_0^3 \frac{3x}{(x^2+1)^2} dx$$

integralinde $x^2 + 1 = u$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

4.

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+3} dx$$

integralinde $\sqrt{x+1} = u$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

sonuç yayınları

$$1. \ 2 \int_2^4 u \, du \quad 2. \ \frac{3}{2} \int_1^{10} \frac{1}{u^2} \, du \quad 3. \ 3 \int_1^2 u \, du \quad 4. \ 2 \int_1^2 \frac{u^2-2u}{u+3} \, du$$

YENİ NESİL SORULAR

1.

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı ve sürekli $y = f(x)$ parçalı fonksiyonunun türevi aşağıda verilmiştir.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & , x < 2 \\ 3x^2 - 8 & , x \geq 2 \end{cases}$$

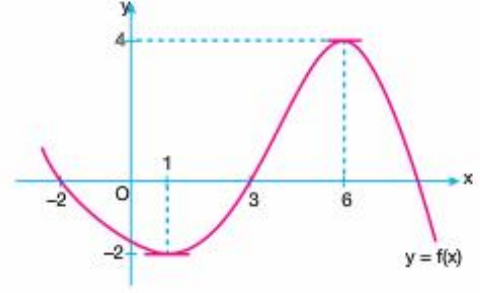
$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde $A(1, f(1))$ ve $B(4, f(4))$ noktaları alınsın.

Buna göre, A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

- A) 13 B) $\frac{40}{3}$ C) $\frac{41}{3}$ D) 14 E) $\frac{43}{3}$

3.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

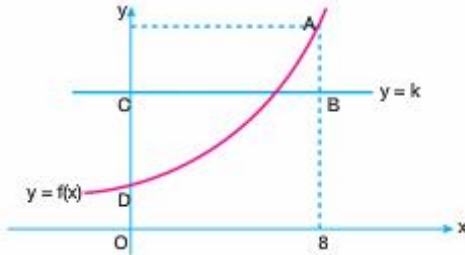
$$\int_1^6 f(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = k$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$$2|AB| = |CD| = 4|OD|$$

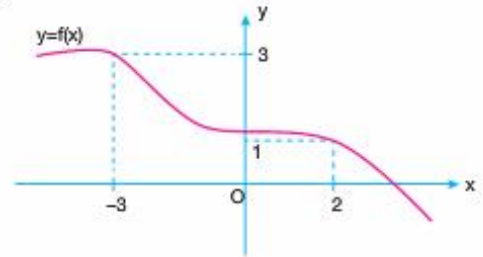
$$\int_0^8 f'(x) dx = 12$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

4.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

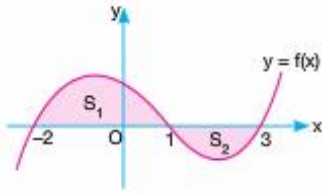
$$\int_{-3}^2 \frac{f'(x)}{x} dx + \int_2^{-3} \frac{f(x)}{x^2} dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

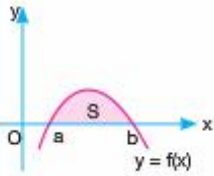
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Bir Eğri ile x Eksenindeki Alan - I

Örnek

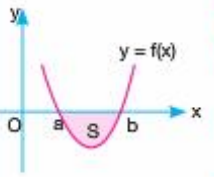


Yukarıdaki şekilde taralı olarak verilen S_1 ve S_2 alanlarını integral yardımıyla ifade ediniz.



$y = f(x)$ eğrisinin altında ve x ekseninin üstünde kalan S alanı,

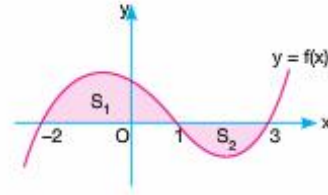
$S = \int_a^b f(x) dx$ integrali ile bulunur.



$y = f(x)$ eğrisinin üstünde ve x ekseninin altında kalan S alanı,

$S = - \int_a^b f(x) dx$ integrali ile bulunur.

Çözüm



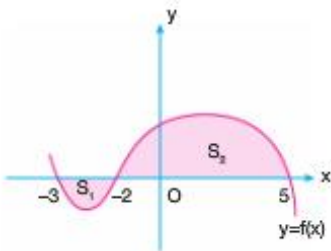
S_1 bölgesi x ekseninin üstünde ve $y = f(x)$ eğrisinin altında olduğundan,

$$S_1 = \int_{-2}^1 f(x) dx \text{ dir. } S_2 \text{ bölgesi x ekseninin altında}$$

ve $y = f(x)$ eğrisinin üstünde olduğundan,

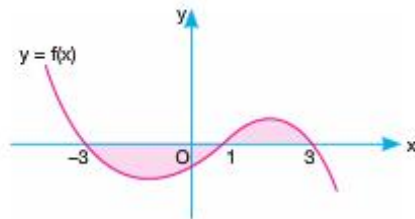
$$S_2 = - \int_1^3 f(x) dx \text{ dir.}$$

1.



Yukarıdaki şekilde taralı olarak verilen S_1 ve S_2 alanlarını veren integrali ifade ediniz.

2.

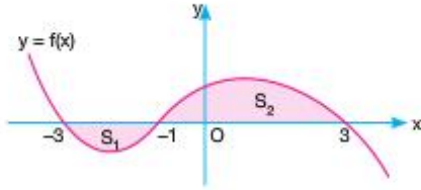


Yukarıdaki şekildeki taralı bölgenin alanını veren integrali ifade ediniz.

$$1. S_1 = - \int_{-3}^{-2} f(x) dx \quad S_2 = \int_{-2}^5 f(x) dx \quad 2. - \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

Bir Eğri ile x Eksenindeki Alan - II

Örnek



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 3 \text{ br}^2$ ve $S_2 = 8 \text{ br}^2$ olduğuna göre,

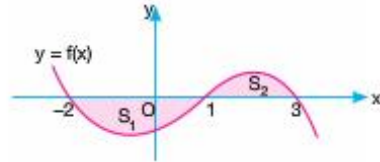
$$\int_{-3}^3 f(x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$



Çözüm

$$\begin{aligned} \int_{-3}^3 f(x) dx &= \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^3 f(x) dx \\ &= -S_1 + S_2 \\ &= -3 + 8 \\ &= 5 \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1.

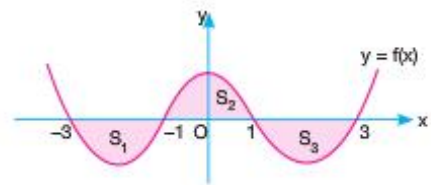


Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 12 \text{ br}^2$ ve $S_2 = 8 \text{ br}^2$ olduğuna göre,

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

3.

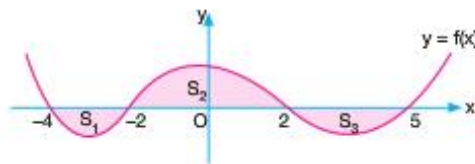


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 3 \text{ br}^2$, $S_2 = 6 \text{ br}^2$ ve $S_3 = 2 \text{ br}^2$ olduğuna

$$\text{göre, } \int_{-3}^3 |f(x)| dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

2.

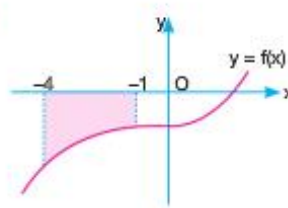


Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 4 \text{ br}^2$, $S_2 = 18 \text{ br}^2$ ve $S_3 = 6 \text{ br}^2$ olduğuna

$$\text{göre, } \int_{-4}^5 f(x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

4.



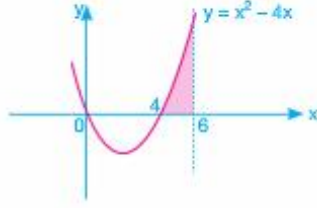
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanını veren integrali bulunuz.

$$1. -4 \quad 2. 8 \quad 3. 11 \quad 4. - \int_{-4}^{-1} f(x) dx$$

İntegral Yardımıyla Alan Hesabı – I

Örnek



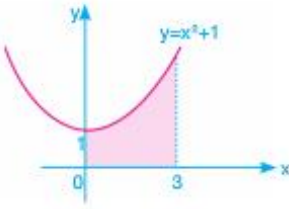
Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?



Çözüm

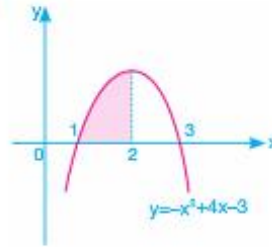
$$\begin{aligned} T.A. &= \int_4^6 f(x) \, dx \\ &= \int_4^6 (x^2 - 4x) \, dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} \right) \Big|_4^6 \\ &= \frac{32}{3} \, br^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1.



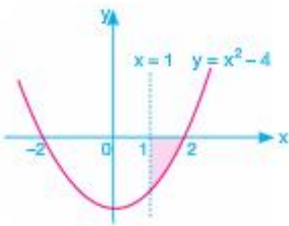
Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

3.



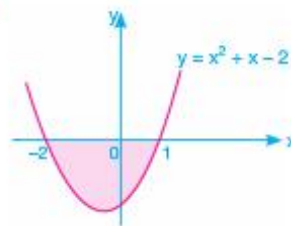
Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

2.



Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

4.



Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

İntegral Yardımıyla Alan Hesabı – II

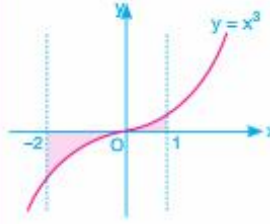
Örnek

$f(x) = x^3$ eğrisi, $x = -2$ ve $x = 1$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?



Çözüm

İstenilen alan S olsun.



$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-2}^1 |f(x)| dx \\
 &= \int_{-2}^1 |x^3| dx \\
 &= -\int_{-2}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx \\
 &= -\left. \frac{x^4}{4} \right|_{-2}^0 + \left. \frac{x^4}{4} \right|_0^1 \\
 &= 0 - \left(-\frac{16}{4} \right) + \frac{1}{4} - 0 \\
 &= \frac{17}{4} \text{ br}^2 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

1.

$f(x) = x^3 - 1$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = 3$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

3.

$f(x) = x^2 - 4$ parabolü, $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

2.

$f(x) = x^2 + 2x$ parabolü, $x = -1$ ve $x = 2$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

4.

$f(x) = x^2 - 4x$

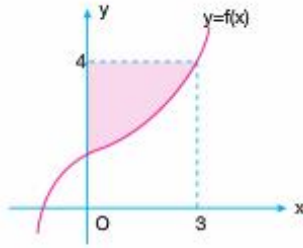
fonksiyonunun grafiği ile x ekseninde arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

sonuç yayınları

1. $\frac{75}{4}$ 2. $\frac{22}{3}$ 3. 4 4. $\frac{32}{3}$

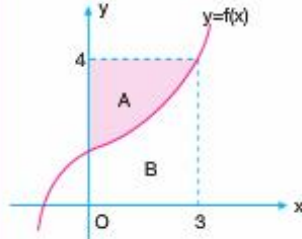
İntegral Yardımıyla Alan Hesabı – III

Örnek



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $\int_0^3 f(x) dx = 7$ olduğuna göre, taralı alan kaç br^2 dir?

Çözüm

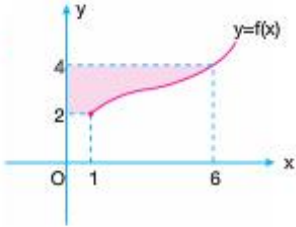


Şekilde taralı bölgenin alanına A, hemen altındaki bölgenin alanına B diyelim. O halde,
 $A + B = 4 \cdot 3 = 12 \text{ br}^2$ olup,

$$B = \int_0^3 f(x) dx = 7 \text{ olduğundan,}$$

$$A = 12 - B = 12 - 7 = 5 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

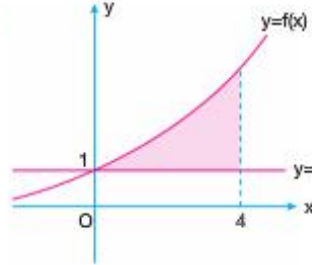
1.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_1^6 f(x) dx = 15$ olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

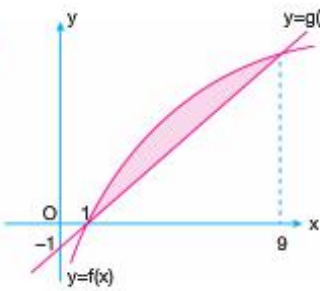
3.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ ve $y = 1$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$\int_0^4 f(x) dx = 18$ olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

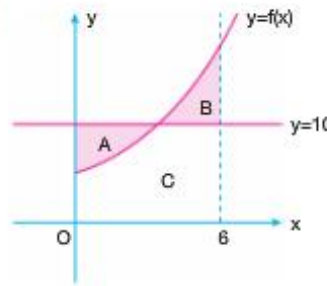
2.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$\int_1^9 f(x) dx = 45$ olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

4.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ ve $y = 10$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

A ve B bölgelerinin alanları birbirine eşit olduğuna göre, $\int_0^6 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

1. 7 2. 13 3. 14 4. 60

Alan Yardımıyla İntegral Hesabı

Örnek

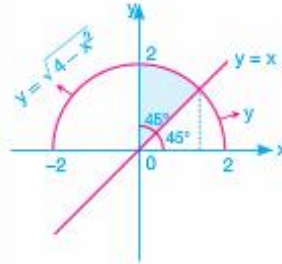
$$\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?



Çözüm

$\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$ integrali; yukarıdan $y = \sqrt{4-x^2}$ eğrisi ve aşağıdan $y = x$ doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanının $x = 0$ ve $x = \sqrt{2}$ doğruları tarafından sınırlanan kısmını ifade eder. Buna göre şekli çizelim.



Şekildeki taralı bölgenin alanı 45° lik daire dilimine karşılık geliyor.

Buna göre, T.A. = $\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{2}$ olur.

1. $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?



3. $\int_0^3 \sqrt{36-x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?



2. $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?



4. $\int_0^2 (\sqrt{8-x^2} - 2) dx$ integralinin değeri kaçtır?



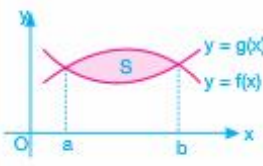
sonuç yayınları

1. 2π 2. $\frac{25\pi}{4}$ 3. $\frac{9\sqrt{3}}{2} + 3\pi$ 4. $\pi - 2$

İki Eğri Arasındaki Alan – I

Örnek

$y = x^3$ ve $y = x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?



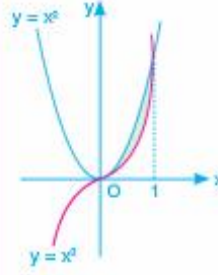
$x \in [a, b]$ için

$f(x) > g(x)$ olmak üzere,

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \text{ tir.}$$



Çözüm



$y = x^3$ ve $y = x^2$ eğrilerinin kesim noktaları,

$$x^3 = x^2 \Rightarrow x^3 - x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ ve } x = 1 \text{ dir.}$$

Bu durumda taralı alan,

$$S = \int_0^1 (x^2 - x^3) dx = \left. \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right|_0^1$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} br^2 \text{ olur.}$$

1.

$y = x^2$ eğrisi ile $y = 2x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

3.

$y = x^2 - 3x + 2$ eğrisi ile $y = x + 2$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

2.

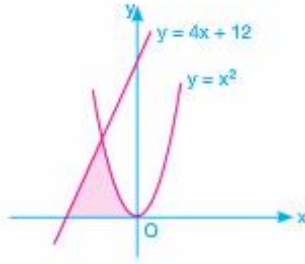
$y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x^2$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

4.

$y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x^3$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

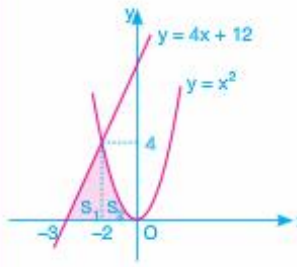
İki Eğri Arasında Kalan Alan - II

Örnek



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm



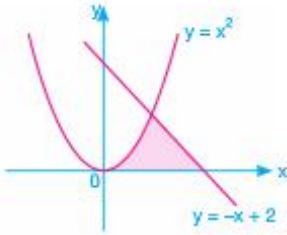
$y = x^2$ eğrisi ile $y = 4x + 12$ doğrusunun kesim noktaları,
 $x^2 = 4x + 12$
 $\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$
 $\Rightarrow x = -2, x = 6$ olur.
 $x = -2$ için $y = 4$ olur.

$$\text{T.A.} = S_1 + S_2$$

$$= \frac{1 \cdot 4}{2} + \int_{-2}^0 x^2 dx$$

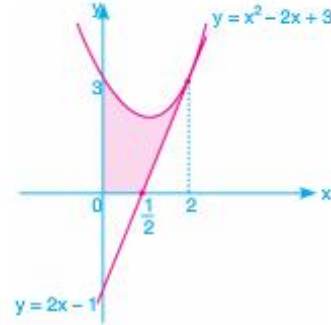
$$= 2 + \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^0 = 2 + \frac{0}{3} + \frac{8}{3} = \frac{14}{3} \text{ olur.}$$

1.



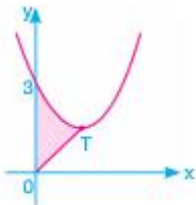
Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

3.



Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

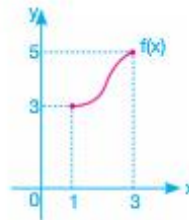
2.



Şekildeki parabolün denklemi $y = x^2 - 2x + 3$ ve tepe noktası T dir.

Buna göre, taralı alan kaç br^2 dir?

4.



Şekildeki verilene göre,

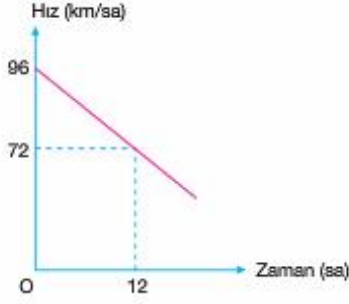
$$\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f^{-1}(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

1. $\frac{5}{6}$ 2. $\frac{4}{3}$ 3. $\frac{29}{12}$ 4. 12

Doğrusal Hareket Problemleri – I

Örnek

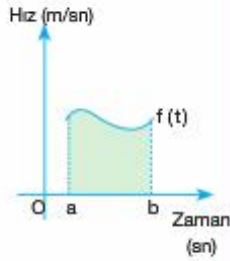


Yukarıdaki şekilde bir aracın hız – zaman grafiği verilmiştir. Buna göre, bu aracın 9. saat ile 12. saat arasındaki konum (yer) değişimi kaç km dir?

➤ Bir doğru boyunca hareket eden ve zamana bağlı hız fonksiyonu verilen bir hareketlinin $t_1 = a$ ve $t_2 = b$ saniyeleri arasındaki yer

(konum) değişimini $\int_a^b f(t) dt$

integrallyle hesaplanır.



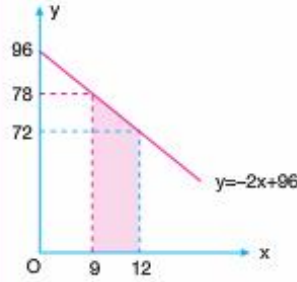
Çözüm

Grafik $(0,96)$ ve $(12,72)$ noktalarından geçtiğinden grafiğin temsil ettiği doğrunun eğimi,

$$m = \frac{96 - 72}{0 - 12} = \frac{24}{-12} = -2 \text{ dir.}$$

O halde, bu doğrunun denklemi

$$y - 96 = -2 \cdot (x - 0) \Rightarrow y = -2x + 96 \text{ olur.}$$



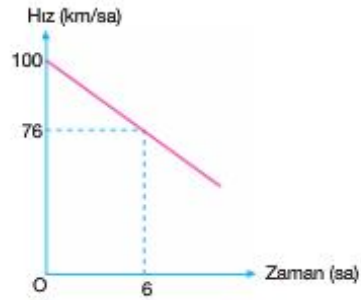
Yukarıdaki grafikte gösterilen taralı bölgenin alanı, 9. saat ile 12. saat arasındaki konum değişiminin km türünden eşitini verir. Ayrıca,

$$\begin{aligned} \text{Taralı alan} &= \int_9^{12} (-2x + 96) dx = \left(-x^2 + 96x \right) \Big|_9^{12} \\ &= (-144 + 1152) - (-81 + 864) \\ &= 225 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yani, araç pozitif yönde 225 km konum yer değiştirmiştir.

1. Bir cismin zamana bağlı hız fonksiyonu $V(t) = 6t + 15$ m/sn dir. Bu cismin $t \in [0, 8]$ nda aldığı yol kaç m dir?

3.



Yukarıdaki şekilde bir aracın hız – zaman grafiği verilmiştir. Buna göre, bu aracın 4. saat ile 7. saat arasındaki konum değişimi kaç km dir?

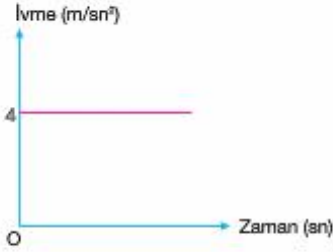
2. 2012 yılında nüfusu 100000 olan bir ilin bu yıldan itibaren nüfusunun ortalama artış hızı $V(t) = 300 + 500t$ (kişi/yıl) fonksiyonu ile belirtilmektedir. Bu ilin 2022 yılının başında sahip olabileceği nüfusu kaçtır?

sonuç yarınları

1. 312 2. 128 000 3. 234

Doğrusal Hareket Problemleri – II

Örnek



Yukarıdaki şekilde bir hareketlinin ivme – zaman grafiği verilmiştir.

Bu aracın ilk hızı 20 m/sn olduğuna göre, 4. saniye ve 8. saniye arasında aldığı yol kaç m dir?

➤ İvme - zaman grafiklerinde grafikte zaman eksenini arasında kalan alan hızdaki değişimi verir. (Üstte kalan alan hızdaki artma miktarını, altta kalan alan hızdaki azalma miktarını verir.)



Çözüm

Grafiğin temsil ettiği doğru $y = 4$ doğrusudur. O halde, $a(t) = 4$ tür.

$$V(t) = \int a(t) dt = \int 4 dt = 4t + c$$

Aracın ilk hızı ($t = 0$ anındaki) 20 m/sn olduğundan $V(0) = 4 \cdot 0 + c = 20 \Rightarrow c = 20$ dir.

$V(t) = 4t + 20$ bulunur.

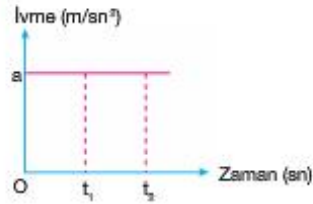
$$X(t) = \int V(t) dt = \int (4t + 20) dt$$

$$\begin{aligned} \text{O halde, } X &= \int_4^8 (4t + 20) dt = (2t^2 + 20t) \Big|_4^8 \\ &= 2 \cdot 8^2 + 20 \cdot 8 - (2 \cdot 4^2 + 20 \cdot 4) \\ &= 176 \text{ m bulunur.} \end{aligned}$$

1.

İvme fonksiyonu $a(t) = 3t^2 - 2t$ m/sn² olan bir hareketlinin $t_0 = 0$ anındaki hızı $V_0 = 12$ m/sn dir. $t_0 = 0$ sn anından $t_1 = 6$ sn anına kadar alınan toplam yol kaç m dir?

3.



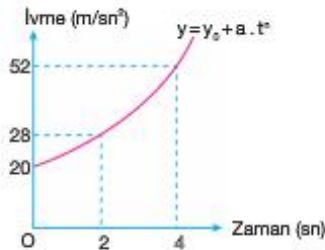
Yandaki şekilde bir hareketlinin ivme – zaman grafiği verilmiştir.

Buna göre, bu hareketlinin $t_1 - t_2$ aralığındaki hız değişimi

$$\text{I. } a(t_2 - t_1) \quad \text{II. } \int_{t_1}^{t_2} a dt \quad \text{III. } \frac{da}{dt}$$

ifadelerinden hangisi veya hangileri ile hesaplanabilir?

2.



Yandaki şekilde bir hareketlinin ivme-zaman grafiği verilmiştir.

Bu hareketlinin ilk hızı 16 m/sn olduğuna göre, 6. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn dir?

sonuç yayınları

İntegral – Türev ilişkisi

Örnek

$0 \leq t \leq 5$ olmak üzere, yanan bir mumun zamana bağlı yanma hızı,

$$V(t) = 10 - 2t \text{ (cm / dakika)}$$

fonksiyonu ile verilmiştir.

Bu mum yandıktan 3 dk. sonra mumun eriyen kısmının kaç cm olduğunu bulunuz.



Çözüm

Yanan kısmın uzunluğunun formülü $x(t)$ olmak üzere,

$$x'(t) = V(t)$$

$$\begin{aligned} x(3) &= \int_0^3 V(t) dt = \int_0^3 (10 - 2t) dt \\ &= (10t - t^2) \Big|_0^3 \\ &= 30 - 9 = 21 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

1.

$S(t)$ bir bölgede yaşayan bir hayvan topluluğunun nüfusunu göstermektedir.

Nüfusun t ayda artış hızı,

$$S'(t) = 10 + 2t \text{ (sayı / ay)}$$

fonksiyonu ile verilmiştir.

Başlangıçtaki nüfus 100 olduğuna göre, 5 ay sonra bu hayvan topluluğunun nüfusu kaç olur?

3.

Bir telefon şebekesi şirketinin abone sayısının artış hızı,

$$S'(t) = 300 \cdot (1 + t)^2 \text{ (sayı / yıl)}$$

fonksiyonu ile verilmiştir.

($S(t)$: Şirketin abone yapmaya başladıktan t yıl sonraki abone sayısıdır.)

Buna göre, ilk 3 yılda bu şirketin yapmış olduğu toplam abone sayısı kaçtır?

2.

Bir bitkinin tohum halinde dikildikten sonraki zamana bağlı uzama hızı,

$$S'(t) = 5 + 0,1t \text{ (m / saat)}$$

fonksiyonu ile verilmiştir.

($S(t)$: Bitkinin dikildikten t saat sonraki boyunun metre cinsinden değeridir.)

Buna göre, bitkinin dikildikten 10 saat sonraki boyu kaç metredir?

4.

Kurulduğundaki öğrenci sayısı 1000 olan bir dershanenin öğrenci sayısındaki yıllık artış hızı,

$$S'(t) = 500 \cdot (t^2 - 2) \text{ (sayı / yıl) fonksiyonu ile veriliyor.}$$

($S(t)$: t yılda dershaneye kayıt yaptıran öğrenci sayısını göstermektedir.)

Buna göre, kurulduktan sonraki 3. yılda dershaneye kayıt yaptıran öğrenci sayısı kaçtır?

sonuç yayınları

1. 175 2. 55 3. 6300 4. 2500

YENİ NESİL SORULAR

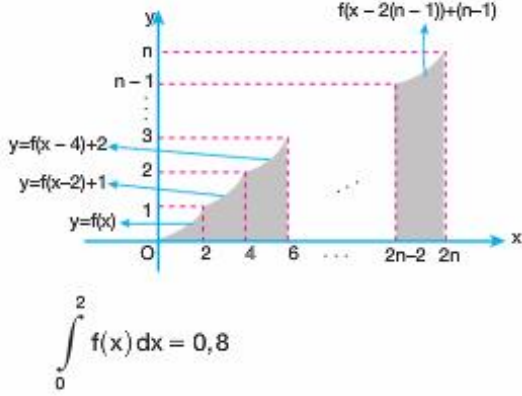
1.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde,

$$y = f(x), y = f(x-2) + 1,$$

$$y = f(x-4) + 2, \dots, y = f(x-2(n-1)) + (n-1)$$

fonksiyonlarının grafiklerinin belirli aralıklardaki görüntüleri verilmiştir.



olmak üzere, $[0, 2n]$ aralığında şekildedeki fonksiyonlar ile x eksenini arasında kalan alan 98 birimkare olduğuna göre, n kaçtır? ($n \in \mathbb{N}$)

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

2.

$f(x) = x^2 - x^4$ fonksiyonu veriliyor.

$a < b$ olmak üzere $a, b \in \mathbb{R}$ için

I. $\int_a^b f(x) dx$ ifadesinin alabileceği en büyük değer $\frac{4}{15}$ tir.

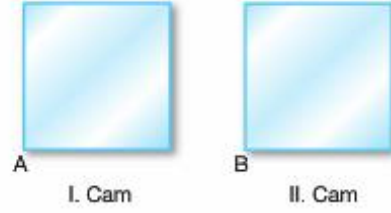
II. $\int_0^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx$

III. $\int_a^b f(x) dx$ ifadesinin alabileceği en küçük değer $-\frac{4}{15}$ tir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

3.



Yukandaki şekilde kare şeklinde iki cam verilmiştir. İki camdan birincisinin A köşesinden başlanarak $y = x^2$ eğrisi, ikincinin B köşesinden başlanarak $y = \sqrt{x}$ eğrisi çiziliyor. Eğrilerin ayırdığı bölgelerden üstte olanlar sarı renge altta olanlar kırmızı renge boyanıyor.

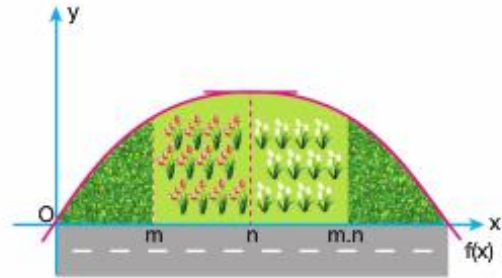


Camların bir kenar uzunluğu 1 birim olduğuna göre, camlar üst üste konulup ışığa tutulduğunda turuncu görünen bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4.

Şehir içi çiçeklendirme projesinde yol kenarlarına şekildedeki gibi çiçeklendirme yapılmıştır.



Yol kenarı x eksenini, O noktası orijin olarak alındığında çim ekili alanları ve çiçekleri çevreleyen eğri $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$ fonksiyonu ile modellenmiştir.

Kırmızı lale ekili alan ile beyaz lale ekili alan eşit olduğuna göre, çim ekili alanların toplamı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{19}{5}$ C) $\frac{23}{6}$ D) $\frac{27}{7}$ E) $\frac{31}{8}$



TESTLER

Belirsiz İntegral

1. $\int \sqrt{7} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7\sqrt{7}x + c$ B) $5\sqrt{7}x + c$ C) $2\sqrt{7}x + c$
D) $\sqrt{7}x + c$ E) $2\sqrt{7x} + c$

2. $\int \pi dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi^2}{2} + c$ B) $\pi\sqrt{\pi}x + c$ C) $\pi x^2 + c$
D) $\pi x + c$ E) $2\pi x + c$

3. $\int (3 - 2\sqrt{2}) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9x^2 + 2\sqrt{2}x + c$ B) $\frac{(3 - 2\sqrt{2})x}{2} + c$
C) $(3 - 2\sqrt{2})x + c$ D) $3x - 2\sqrt{2x} + c$
E) $3x^2 - 2\sqrt{2}x + c$

4. $\int (3x^2 - 2x + 1) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 2x^2 + x + c$ B) $x^3 - x^2 + x + c$
C) $x^3 + x^2 - x + c$ D) $3x^3 - 2x^2 + c$
E) $3x^3 + 2x^2 + x + c$

5. $\int \frac{x^2 - x}{3} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{6} + c$ B) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{6} + c$
C) $\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{3} + c$ D) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + c$
E) $\frac{x^2}{5} - \frac{x}{4} + c$

6. $\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x + c$ B) $x^2 - x + c$
C) $\frac{x^2}{2} + x + c$ D) $\frac{x^2}{2} - x + c$
E) $x^2 - \frac{x}{2} + c$

7. $\int \frac{6x^3 + 4x^2 + 3x}{x} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^3 + 2x^2 + 3x + c$ B) $6x^3 + 4x^2 + 3x + c$
C) $x^3 + 2x^2 + x + c$ D) $\frac{x^3}{2} + x^2 + 3x + c$
E) $x^3 - x^2 + 2x + c$

8. $\int \frac{x^2 - 1}{x^2} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} - x + c$ B) $x^2 + \frac{1}{x} + c$ C) $x + \frac{1}{x} + c$
D) $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} + c$ E) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$

9. $\int (x^2 - 1) dt$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{3} - x + c$ B) $2t^3 - t + c$ C) $t^2 - 1$
D) $(x^2 - 1)t + c$ E) $t^2 - t + c$

10. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{x}}{2} + c$ B) $-\frac{\sqrt{x}}{2} + c$ C) $2\sqrt{x} + c$
D) $-2\sqrt{x} + c$ E) $2x\sqrt{x} + c$

11. $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3} x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$ B) $x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + c$
C) $\frac{3}{2} x\sqrt{x} - \sqrt{x} + c$ D) $\frac{2}{3} \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + c$
E) $x - x\sqrt{x} + c$

12. $\int (\sqrt{2x} + 1) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3} \sqrt{2x} + x + c$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3} x\sqrt{x} + x + c$
C) $\frac{\sqrt{2}}{3} x - \sqrt{x} + c$ D) $\frac{3\sqrt{2}}{2} x\sqrt{x} + x + c$
E) $x\sqrt{x} + x + c$

13. $\int (x\sqrt{x} - 2) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2} x^3 + c$ B) $\frac{2}{3} x\sqrt{x} - 2x + c$
C) $\frac{5}{2} x^2\sqrt{x} - 2x + c$ D) $\frac{2}{3} x^2\sqrt{x} - 2x + c$
E) $\frac{2}{5} x^2\sqrt{x} - 2x + c$

14. $\int \left(4\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} + c$
B) $\frac{4}{3} x\sqrt{x} + \frac{2}{3} \sqrt[3]{x} + c$
C) $\frac{2}{3} x\sqrt{x} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x} + c$
D) $4x\sqrt{x} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + c$
E) $\frac{8}{3} x\sqrt{x} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + c$

15. $\int (x^3 - 2x^{-2} + 1) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^4 + \frac{1}{x} + c$ B) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + x + c$
C) $\frac{x^4}{4} + \frac{2}{x} + x + c$ D) $\frac{x^4}{4} - \frac{1}{x} + x + c$
E) $\frac{x^4}{4} - \frac{2}{x} + x + c$

1. $\frac{d}{dx} \int \frac{x+1}{x-1} dx$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{(x-1)^2}$ B) $\frac{2}{x-1}$ C) $\frac{x+1}{x-1}$
D) $\frac{x-1}{x+1}$ E) $\frac{x+1}{(x-1)^2}$

2. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = x^2 + 3x - 1$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = \int (x^2 - \sqrt{x} - 2) dx$ olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{5}{3}$ C) -1 D) $-\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

4. $\int d(x^3 + \sqrt{x} - 2)$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 + \sqrt{x} - 2x + c$ B) $3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + c$
C) $\frac{x^4}{4} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$ D) $x^3 + \sqrt{x} - 2 + c$
E) $x^3 - \sqrt{x} - 2x + c$

5. $\frac{d}{dx} \int d(x^3 + 5x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x$ B) $3x^2 + 5$ C) $x^3 + 5x + c$
D) $3x^2 + 5 + c$ E) $x^2 + 5x$

6. $\int f(x) dx = x^3 - \frac{2}{x} + c$ olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

7. $\int (x^2 - 1) \cdot f(x) dx = \frac{x^4}{4} - x + 1$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - 1$ B) $x^2 + 1$ C) $x^2 + x + 1$
D) $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ E) $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

8. $\int \frac{f(x)}{x^2 + x} dx = \sqrt{x} + c$ olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

9.

$$\int x \cdot d(x^2 + 1)$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + c$ B) $x^2 + x + c$ C) $x^3 + x + c$
D) $\frac{x^3}{2} + c$ E) $\frac{2x^3}{3} + c$

10.

$$\int \frac{d(x^2 + x)}{\sqrt{x}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x\sqrt{x} + \sqrt{x} + c$ B) $4x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$
C) $\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$ D) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \sqrt{x} + c$
E) $\frac{1}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$

11.

$$\int \frac{d\left(\frac{x^5}{5} - x\right)}{x^2 + 1}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{3} + x + c$ B) $\frac{x^2}{2} + x + c$ C) $\frac{x^3}{3} - x + c$
D) $\frac{x^2}{2} - x + c$ E) $\frac{x^4}{4} + x + c$

12.

$f'(x) = 2x + 2$ ve $f(-1) = 2$ olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

13.

$$f'(x) = x^3 + 2x \text{ ve } f(2) = 13$$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14.

$$f'(x) = x^{-2} + 3x^2 + 1 \text{ ve } f(1) = 0$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) 7 B) $\frac{15}{2}$ C) 8 D) $\frac{17}{2}$ E) 9

15.

$f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki $(1, 3)$ noktasındaki teğetin eğimi 3 ve $f'(x) = 2x + a$ olduğuna göre, $f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16.

$f''(x) = 6x$ olmak üzere,

$f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $A(1, 1)$ noktasından çizilen teğetin eğimi 2 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Değişken Değiştirme İle İntegral Alma

1. $\int (x+3)^4 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3(x+3)^3 + c$ B) $\frac{(x+3)^3}{3} + c$
 C) $\frac{(x+3)^5}{5} + c$ D) $4(x+3)^3 + c$
 E) $\frac{4(x+3)^3}{3} + c$

2. $\int (4x-1)^3 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4x-1)^4 + c$ B) $\frac{(4x-1)}{12} + c$
 C) $\frac{(4x-1)^4}{9} + c$ D) $\frac{(4x-1)^4}{16} + c$
 E) $3(4x-1)^5 + c$

3. $\int 10(2x-3)^4 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x-3)^5 + c$ B) $40(2x-3)^3 + c$
 C) $8(2x-3)^4 + c$ D) $2(2x-3)^5 + c$
 E) $\frac{5}{2}(2x-3)^5 + c$

4. $\int (2x-1)(x^2-x+7)^5 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2-x+7)^4}{4} + c$ B) $\frac{2(x^2-x+7)^6}{5} + c$
 C) $\frac{(x^2-x+7)^5}{2} + c$ D) $\frac{2(x^2-x+7)^5}{6} + c$
 E) $\frac{(x^2-x+7)^6}{6} + c$

5. $\int (x-2) \cdot \sqrt{x^2-4x+7} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3}(x^2-4x+7)\sqrt{x^2-4x+7} + c$
 B) $\frac{1}{3}(x^2-4x+7)\sqrt{x^2-4x+7} + c$
 C) $\frac{2}{3}(x^2-4x+7)\sqrt{x^2-4x+7} + c$
 D) $-\frac{2}{3}(x^2-4x+7)\sqrt{x^2-4x+7} + c$
 E) $\frac{1}{3\sqrt{x^2-4x+7}} + c$

6. $\int x \cdot \sqrt{x+4} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{5}(\sqrt{x+4})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{x+4})^3 + c$
 B) $\frac{2}{5}(\sqrt{x+4})^5 + \frac{8}{3}(\sqrt{x+4})^3 + c$
 C) $\frac{2}{3}(\sqrt{x+4})^5 - \frac{8}{3}(\sqrt{x+4})^3 + c$
 D) $\frac{3}{5}(\sqrt{x+4})^5 + \frac{2}{3}(\sqrt{x+4})^3 + c$
 E) $\frac{2}{5}(\sqrt{x+4})^5 - \frac{8}{3}(\sqrt{x+4})^3 + c$

7. $\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x+1}} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt{x^2+8x+1} + c$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+8x+1} + c$
 C) $\sqrt{x^2+8x+1} + c$ D) $-\sqrt{x^2+8x+1} + c$
 E) $-\frac{1}{2}\sqrt{x^2+8x+1} + c$

8. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x-5} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3}(x^2+2x-5)^{\frac{3}{2}} + c$
 B) $\frac{1}{3}(x^2+2x-5)^{\frac{3}{2}} + c$
 C) $\frac{2}{3}(x^2+2x-5)^{\frac{3}{2}} + c$
 D) $\frac{1}{6}(x^2+2x-5)^{\frac{3}{2}} + c$
 E) $-\frac{2}{3}(x^2+2x-5)^{\frac{3}{2}} + c$

9. $\int -\frac{1}{x^2} \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)^3 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\left(\frac{x+1}{x}\right)^4 + c$ B) $-\frac{1}{3}\left(\frac{x+1}{x}\right)^4 + c$
 C) $\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x}\right)^4 + c$ D) $\frac{1}{3}\left(\frac{x+1}{x}\right)^4 + c$
 E) $\frac{1}{4}\left(\frac{x+1}{x}\right)^4 + c$

10. $\int \frac{1}{2\sqrt{x+1}} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}\sqrt{x+1} + c$ B) $-\sqrt{x+1} + c$
 C) $\sqrt{x+1} + c$ D) $-\frac{1}{4}\sqrt{x+1} + c$
 E) $\frac{1}{4\sqrt{x+1}} + c$

11. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3-1} + c$ B) $\frac{1}{6}\sqrt{x^3-1} + c$
 C) $-\frac{2}{3}\sqrt{x^3-1} + c$ D) $-\frac{1}{6}\sqrt{x^3-1} + c$
 E) $\frac{1}{3}\sqrt{x^3-1} + c$

12. $\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

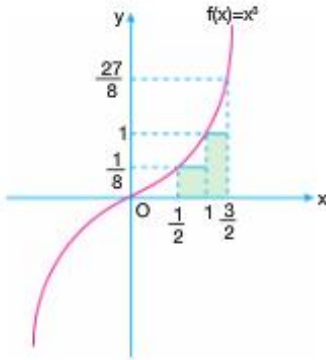
- A) $\frac{\sqrt[3]{x+1}}{3} - \frac{2}{3}(\sqrt[3]{x+1})^2 + c$
 B) $\frac{4}{7}(\sqrt[3]{x+1})^7 - \frac{2}{3}(\sqrt[3]{x+1})^2 + c$
 C) $\frac{6}{7}(\sqrt[3]{x+1})^7 + \frac{3}{2}(\sqrt[3]{x+1})^2 + c$
 D) $\frac{6}{7}(\sqrt[3]{x+1})^7 - \frac{3}{2}(\sqrt[3]{x+1})^2 + c$
 E) $\frac{3}{2}(\sqrt[3]{x+1})^2 - \frac{6}{7}(\sqrt[3]{x+1})^7 + c$

Belirli İntegral

1. $[a - 2, 8]$ aralığı 4 eşit parçaya bölündüğünde her bir parçanın uzunluğu $\frac{1}{2}$ birim olduğuna göre, a kaçtır?

A) -8 B) -6 C) 2 D) 4 E) 8

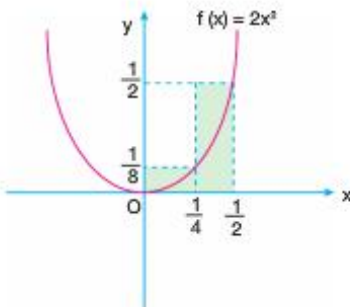
2.



Şekildeki grafikte verilen taralı bölgenin alanı Riemann alt toplamına göre kaç br^2 dir?

A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{9}{16}$

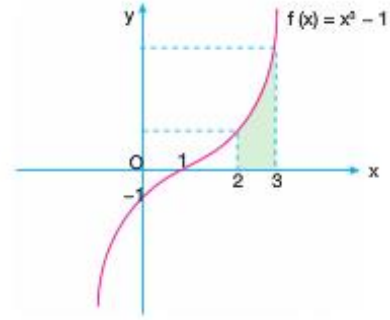
3.



Şekildeki grafikte verilen taralı bölgenin alanı Riemann üst toplamına göre, kaç br^2 dir?

A) $\frac{9}{32}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{1}{8}$

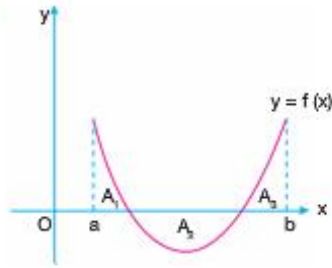
4.



Şekildeki grafikte verilen taralı bölgenin alanı Riemann toplamına göre kaç br^2 dir?

A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{33}{2}$ D) $\frac{17}{2}$ E) $\frac{35}{2}$

5.

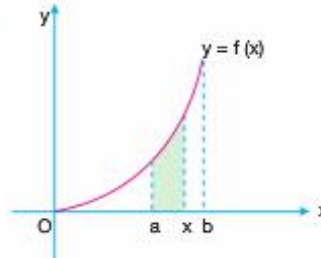


Şekilde verilen A_1 , A_2 ve A_3 bölgeleri Riemann toplamlarını ifade etmektedir.

Buna göre, $[a, b]$ aralığında tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun x eksenine ile arasında kalan alan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A_1 - A_2 - A_3$ B) $A_1 - A_2 + A_3$
C) $A_2 - A_1 + A_3$ D) $-A_1 + A_2 - A_3$
E) $A_1 + A_2 + A_3$

6.



Şekildeki taralı bölgenin alanını veren fonksiyon, $F(x) = x^6 - x^4 - 7$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

A) 192 B) 180 C) 160
D) 73 E) 41

7. $\int_{-1}^3 2 \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

11. $\int_{-1}^3 (x-1)^3 \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\int_{-2}^4 3x \, dt$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 18 B) 18t C) 18x D) 24x E) 30

12. $\int_1^2 \sqrt{x-1} \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

9. $\int_{-1}^2 (2x+1) \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $\int_2^4 (ax+1) \, dx = 14$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\int_0^2 x^3 \, dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

14. $\int_n^m (2x+1) \, dx = 3$ ve $m-n=3$

olduğuna göre, $m+n$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. E 2. E 3. D 4. C 5. B 6. C 7. E 8. C 9. D 10. A 11. B 12. B 13. E 14. A

Belirli İntegralin Özellikleri

1. $\int_5^5 \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 5 E) 10

2. $f(x)$, $[2, 5]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$\int_2^5 f(x) dx = 24$ olduğuna göre, $\int_5^2 f(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 12 C) -6 D) -12 E) -24

3. $\int_2^3 f(x) dx = 4$ olduğuna göre,

$\int_3^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 5$ olduğuna göre,

$\int_1^{-1} f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -3 D) -1 E) 3

5. $\int_2^1 (2f(x) - 3) dx = 13$ olduğuna göre,

$\int_1^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) -1 D) -3 E) -5

6. $\int_2^8 f(x) dx = 10$ ve $\int_2^{10} f(x) dx = 7$

olduğuna göre, $\int_6^{10} f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -17 B) -3 C) 0 D) 3 E) 17

7. $\int_1^7 f(x) dx = 9$ ve $\int_5^1 f(x) dx = 2$

olduğuna göre, $\int_7^5 (f(x) + 1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -13 B) -11 C) 7 D) 11 E) 13

8. $\int_{-3}^2 (x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (x^2 + 2x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24

9. $\int_0^3 (x^3 - x) dx - \int_3^4 (x - x^3) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 44 B) 48 C) 52 D) 56 E) 60

10. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları $[-1, 6]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-1}^6 f(x) dx = 12 \text{ ve } \int_{-1}^6 g(x) dx = -3$$

olduğuna göre,

$$\int_{-1}^6 (2f(x) - 3g(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 33 C) 30 D) 26 E) 22

11. $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları sırasıyla $[-3, 5]$ ve $[2, 4]$ aralıklarında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$$\int_{-3}^5 f(x) dx = 5 \text{ ve } \int_2^4 -2g(x) dx = 4 \text{ ol-}$$

duğuna göre, $\int_{-3}^5 2f(x) dx - \int_4^2 3g(x) dx$ ifade-

sinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 16 E) 20

12. $f(x) = x^2 + 2x$ ve $g(x) = 2x - x^2$ olmak üzere,

$$\int_1^3 2f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

13. $\int_{-3}^3 (x^3 + 7x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

14. $\int_{-2}^2 (3x^2 - 2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

15. İntegrellenebilir $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon

olmak üzere, $\int_0^3 f(x) dx = 8$ olduğuna göre,

$$\int_{-3}^0 f(x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

- A) -8 B) 0 C) 4 D) 8 E) 16

16. İntegrellenebilir bir $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olmak üzere,

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 6$$

olduğuna göre, $\int_0^4 3 \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) 0 C) 3 D) 9 E) 12

1. B 2. E 3. A 4. B 5. E 6. B 7. A 8. D 9. D 10. B 11. A 12. C 13. D 14. A 15. A 16. D

Parçalı ve Mutlak Değerli Fonksiyonların İntegrali

1. $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < -1 \\ 2x-1, & x \geq -1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^0 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

4. $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 2 \\ 2x-1, & x \geq 2 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^3 f(x-1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) -6 D) $-\frac{13}{2}$ E) $-\frac{15}{2}$

2. $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ x-1, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_0^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

5. $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ 3x-1, & x \geq 1 \end{cases}$ ve $g(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1 \\ 2x+3, & x \geq -1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^0 (f+g)(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

3. $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 2x-1, & x \geq 0 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-1}^1 x \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 0

6. $f(x) = \begin{cases} 4 \cdot (x-1)^2, & x < 2 \\ 3x-1, & x \geq 2 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 x \cdot f(x+1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7. $\int_{-3}^{-1} |x+2| dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\int_0^1 \sqrt{4x^2 - 4x + 1} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

8. $\int_{-1}^1 |x^5| dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

11. $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ 2x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_0^3 f(x) \cdot |x-2| dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{25}{6}$ B) $\frac{41}{6}$ C) $\frac{47}{6}$ D) $\frac{49}{6}$ E) $\frac{25}{3}$

9. $\int_1^4 x \cdot |x-2| dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{19}{3}$ B) $\frac{20}{3}$ C) 7 D) $\frac{22}{3}$ E) 8

12. $\int_{-2}^2 |x^2-1| dx$

integralinin değeri kaçtır?

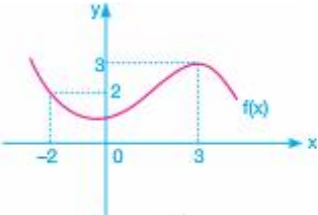
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. C 2. D 3. E 4. E 5. B 6. D 7. A 8. C 9. D 10. A 11. A 12. D

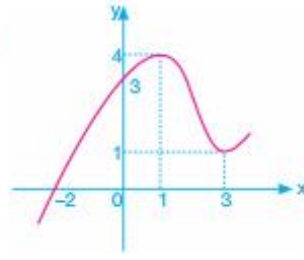
1. $\int_2^5 d(3x - 2)$ integralinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

2. $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ olduğuna göre,
 $\int_2^4 d(f^{-1}(x))$ integralinin değeri kaçtır?
A) $\frac{4}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) -2 D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{10}{3}$

3. $f(x) = \frac{d}{dx} [x^3 - 2x + 1]$ ise,
 $\int_1^2 d(f(x))$ integralinin değeri kaçtır?
A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

4. 
Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, $\int_{-2}^3 f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

5.



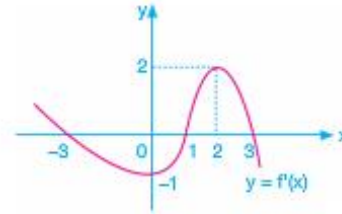
Yanda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\int_0^3 f'(x) \cdot f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 0 C) -2 D) -4 E) -6

6.



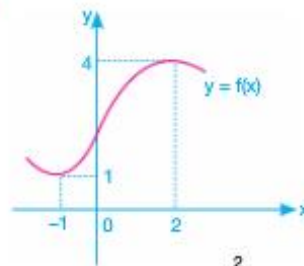
Yukanda verilen $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\int_2^3 f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 0 C) -2 D) -4 E) -6

7.



Yanda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\int_{-1}^2 x \cdot f'(x) dx = 2$$

olduğuna göre,

$$\int_{-1}^2 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

1. E 2. D 3. A 4. C 5. D 6. C 7. B

1. $\int_0^1 f(x^2 + x - 2)(2x + 1) dx = 12$ olduğuna göre,

$\int_{-2}^0 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 10 D) 12 E) 24

4. $\int_{-1}^0 \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

2. $f(-1) = -2$ ve $f(5) = 4$ olduğuna göre,

$\int_{-1}^5 f(x) \cdot f'(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -2 C) 2 D) 6 E) 12

5. $\int_0^1 3x^2 \sqrt[3]{1 - x^3} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{16}{9}$

3. $\int_0^1 (2x + 1)(x^2 + x)^2 dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

6. $\int_{-2}^1 f(2x - 1) dx = 12$ olduğuna göre,

$\int_{-5}^1 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 6 D) 12 E) 24

7. $\int_2^4 x \cdot f(x^2 - 2) dx = 24$ olduğuna göre,

$\int_2^{14} f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 48 E) 96

8. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}-2}{x} dx$

integraline $\sqrt{x}-2 = u$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^1 \frac{u}{u-2} du$ B) $\int_0^1 \frac{u}{u+2} du$

C) $\int_0^1 \frac{2u}{u+2} du$ D) $\int_0^1 \frac{u+2}{u} du$

E) $\int_0^1 \frac{u}{(u+2)^2} du$

9. $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$ integraline $\sqrt[6]{x} = u$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^2 \frac{u^3}{6(u+1)} du$ B) $\int_1^2 \frac{6u^3}{u+1} du$

C) $\int_1^2 \frac{2u^3}{u+1} du$ D) $\int_1^2 \frac{u^3}{u+1} du$

E) $\int_1^2 \frac{u^2}{u+1} du$

10. $\int_4^{12} \frac{\sqrt{2x+1}}{x} dx$ integraline $\sqrt{2x+1} = u$

dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_3^5 \frac{2u^2}{u^2-1} du$ B) $\int_3^5 \frac{u^2}{u-1} du$

C) $\int_3^5 \frac{u^2}{u^2-1} du$ D) $\int_3^5 \frac{u+1}{u^2+1} du$

E) $\int_3^5 \frac{u^2+1}{u^2-1} du$

11. $\int_0^3 \frac{1-x}{x \cdot \sqrt{x+1}} dx$ integralinde $\sqrt{x+1} = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

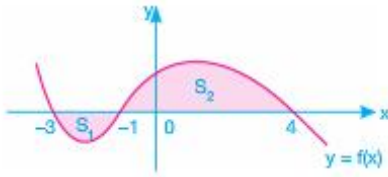
A) $\int_1^2 \frac{4-2u^2}{u^2-1} du$ B) $\int_1^2 \frac{4+u^2}{u+1} du$

C) $\int_1^2 \frac{1-u^2}{u^2+1} du$ D) $\int_1^2 \frac{4-u^2}{u^2-1} du$

E) $\int_1^2 \frac{u^2-u}{u-1} du$

1. D 2. D 3. D 4. B 5. C 6. E 7. D 8. C 9. B 10. A 11. A

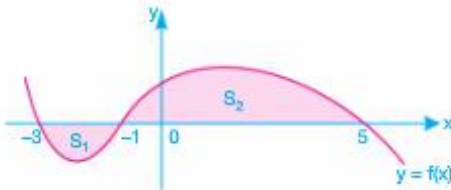
1.



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgelerin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_{-3}^4 f(x) dx$
 B) $\int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^4 f(x) dx$
 C) $\int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^4 f(x) dx$
 D) $\int_{-1}^4 f(x) dx - \int_{-3}^{-1} f(x) dx$
 E) $-\int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^4 f(x) dx$

2.



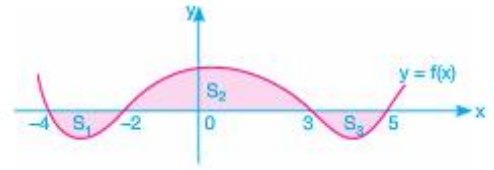
Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 2 br^2$ ve $S_2 = 14 br^2$ olduğuna göre,

$\int_{-3}^5 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -16 B) -12 C) -4 D) 12 E) 16

3.



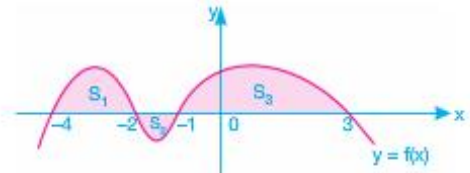
Yukarıdaki şekilde,

$S_1 = 4 br^2$, $S_2 = 9 br^2$ ve $S_3 = 3 br^2$

olduğuna göre, $\int_{-4}^5 f(x) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) 0 C) 2 D) 8 E) 10

4.



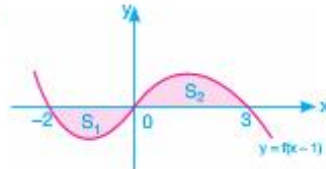
Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 6 br^2$, $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = -2$ ve $S_3 = 8 br^2$

olduğuna göre, $\int_{-4}^3 f(x) dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) 0 C) 4 D) 10 E) 12

5.



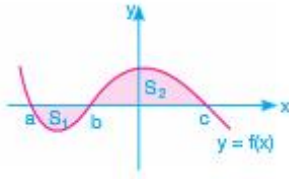
Yandaki şekilde $y = f(x-1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 = 4 br^2$ ve $S_2 = 7 br^2$ olduğuna göre,

$\int_{-3}^2 f(x) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 11 B) 7 C) 4 D) 3 E) -3

6.



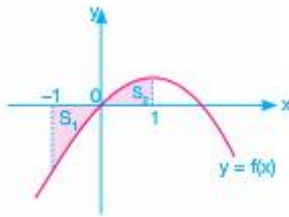
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_a^c f(x) dx = 14 \text{ ve } S_2 = 17 \text{ br}^2$$

olduğuna göre, $\int_b^a f(x) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -3

7.

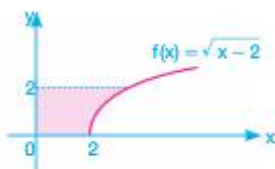


Yandaki şekilde $f(x) = -x^2 + 2x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $S_1 + S_2$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.

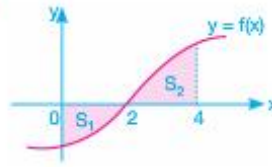


Yandaki şekilde $f(x) = \sqrt{x-2}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı alan kaç br^2 dir?

- A) 5 B) $\frac{16}{3}$ C) 6 D) $\frac{20}{3}$ E) 7

9.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

S_1 ve S_2 alanları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $S_1 = \int_0^2 f(x) dx$ B) $S_1 = \int_0^2 f(x) dx$

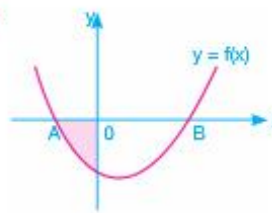
$S_2 = \int_2^4 f(x) dx$ $S_2 = \int_4^2 f(x) dx$

C) $S_1 = -\int_4^0 f(x) dx$ D) $S_1 = \int_2^0 f(x) dx$

$S_2 = \int_4^2 f(x) dx$ $S_2 = \int_2^4 f(x) dx$

E) $S_2 = -\int_4^2 f(x) dx$

10.



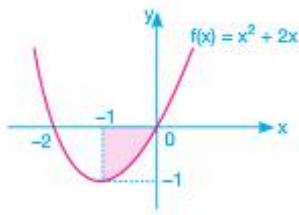
Şekilde $f(x) = x^2 + ax - 2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Grafiğin eksenleri kestiği noktaların apsisi birer tam

sayı olup ve $2|AO| = |OB|$ olduğuna göre, taralı alan kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) 1 E) $\frac{7}{6}$

1. D 2. D 3. C 4. E 5. D 6. A 7. B 8. D 9. D 10. E

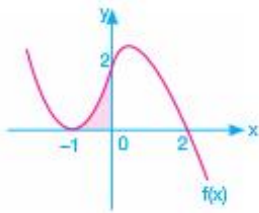
1.



Şekildeki taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

2.



Yandaki şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonu III. dereceden bir fonksiyonu polinom olduğuna göre, taralı alan kaç br^2 dir?

- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{7}{4}$

3.

$f(x) = x^2 - 2x$ eğrisi $x = 0$, $x = 1$ ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

4.

$f(x) = x^2 + 2x$ parabolü,

$x = 0$ ve $x = 2$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 7 B) $\frac{20}{3}$ C) $\frac{19}{3}$ D) 6 E) $\frac{14}{3}$

5.

$f(x) = x^3 - 1$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = 2$ ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

6.

$f(x) = 3x^2 - 2x$ parabolü,

$x = 1$ ve $x = 2$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

7.

$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ parabolü,

$x = 1$ ve $x = 2$ doğruları ile x ekseninin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

8. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$ C) $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

11. $\int_0^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{9-x^2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6} + \frac{4\sqrt{3}}{9}$ B) $\frac{2\pi}{3} + \frac{9\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{3\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$
D) $\frac{3\pi}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{\pi}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$

9. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ eğrisi ile x eksenini arasında kalan alan kaç br^2 dir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

12. $y = x^3$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

10. $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ eğrisi ile $y = -x + 2$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\pi + 2$ B) π C) $\pi - 2$
D) $2\pi - 2$ E) $2\pi - 4$

13. $f(x) = 3x^2 - 1$ eğrisi ile $y = 2x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{17}{27}$ C) $\frac{22}{27}$ D) 1 E) $\frac{32}{27}$

1. B 2. A 3. C 4. B 5. B 6. C 7. D 8. E 9. D 10. C 11. D 12. A 13. E

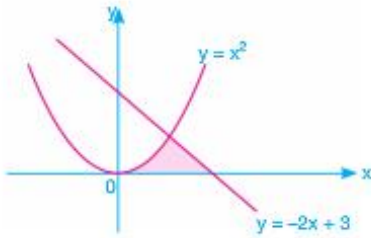
1. $y = x^2 - x - 2$ eğrisi ile $y = x + 1$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 10 B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{35}{3}$ D) 12 E) 13

2. $y = x^3$ eğrisi ile $y = \sqrt{x}$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

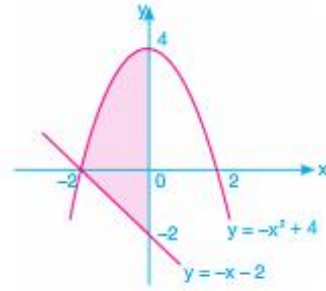
3.



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{11}{6}$

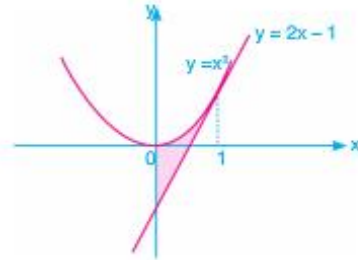
4.



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{22}{3}$ C) 11 D) 22 E) 33

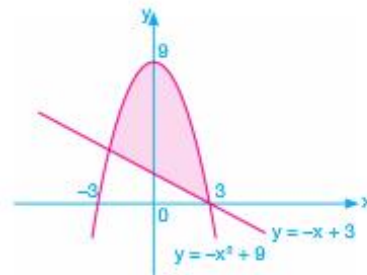
5.



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6.

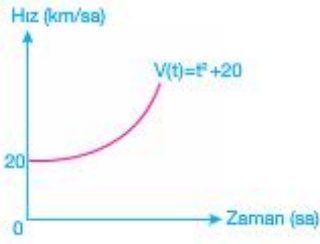


Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{144}{11}$ B) $\frac{125}{6}$ C) $\frac{149}{6}$ D) $\frac{121}{3}$ E) $\frac{141}{7}$

1. B 2. C 3. A 4. B 5. B 6. B

1.



Yukarıdaki şekilde bir aracın hız-zaman grafiği verilmiştir. Buna göre, bu aracın 3. saat ile 6. saat arasındaki konum değişimi kaç km olur?

- A) 69 B) 96 C) 123 D) 165 E) 192

2.

Bir doğru boyunca hareket eden bir hareketlinin zamana bağlı hız fonksiyonu $V(t) = 3t^2 - 4t$ km/sa şeklindedir.

Buna göre, bu hareketlinin 2. ve 5. saatler arasındaki yer değişimi kaç km dir?

- A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

3.

Bir doğru boyunca hareket eden bir hareketlinin zamana bağlı hız fonksiyonu $V(t) = t^2 - 4$ m/sn şeklindedir.

Buna göre, bu hareketlinin 1. ve 4. saniyeler arasında aldığı yol kaç metredir?

- A) $\frac{32}{3}$ B) $\frac{35}{3}$ C) $\frac{37}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{43}{3}$

4.

$S(t)$ bir sigorta şirketinin zamana bağlı müşteri sayısını göstermektedir.

Artış hızı, $S'(t) = 600(t^2 + 1)$ (sayı / yıl) fonksiyonu ile verilmiştir.

Buna göre, ilk 2 yılda bu şirketin toplam müşteri sayısı kaçtır?

- A) 2200 B) 2400 C) 2600
D) 2800 E) 3000

5.

Yanan bir mumun zamana bağlı yanma hızı,

$S'(t) = 20 - 4t$ (cm / saat) fonksiyonu ile verilmiştir.

$0 \leq t \leq 5$ olmak üzere, bu mum yandıktan 2 saat sonra mumun eriyen kısmı kaç cm dir?

- A) 34 B) 32 C) 30 D) 28 E) 26

6.

Bir öğrencinin zamana bağlı okuma hızı,

$S'(t) = 6 - t$ (sayfa / saat) fonksiyonu ile verilmiştir. $0 \leq t \leq 6$ olmak üzere,

$S(t)$: Öğrencinin okumaya başladıktan t saat sonraki okuduğu sayfa sayısıdır.

Buna göre, öğrenci okumaya başladıktan 6 saat sonra kaç sayfa kitap okumuş olur?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

sonuç yayınları

1. C 2. A 3. C 4. D 5. B 6. D

1. $\int (x-1) \cdot \sqrt{x+1} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2\sqrt[5]{(x+1)^2}}{5} - \frac{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}{2} + c$
 B) $\frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{5} - \frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} + c$
 C) $\frac{2\sqrt[5]{(x+1)^2}}{5} - \frac{4 \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2}}{3} + c$
 D) $\frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{5} - \frac{4\sqrt{(x+1)^3}}{3} + c$
 E) $\frac{2\sqrt{(x+1)^5}}{5} - \frac{4\sqrt{(x+1)^3}}{3} + c$

2. $\int (1+\sqrt{x})^{20} dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{11} (1+\sqrt{x})^{22} + \frac{2}{21} (1+\sqrt{x})^{21} + c$
 B) $\frac{1}{11} (1+\sqrt{x})^{22} - \frac{1}{21} (1+\sqrt{x})^{21} + c$
 C) $\frac{1}{11} (1+\sqrt{x})^{22} - \frac{2}{21} (1+\sqrt{x})^{21} + c$
 D) $\frac{2}{11} (1+\sqrt{x})^{22} - \frac{2}{21} (1+\sqrt{x})^{21} + c$
 E) $\frac{2}{11} (1+\sqrt{x})^{22} + \frac{2}{21} (1+\sqrt{x})^{21} + c$

3. $\int (x-1) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5} (x^2-2x+4) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} + c$
 B) $\frac{3}{5} (x^2-2x+4) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} + c$
 C) $\frac{8}{5} (x^2-2x+4) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} + c$
 D) $\frac{2}{5} (x^2-2x+4) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} + c$
 E) $\frac{4}{5} (x^2-2x+4) \cdot \sqrt[4]{x^2-2x+4} + c$

4. $\int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[4]{x-1}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2}{13} (12\sqrt{x-1})^{13} + c$
 B) $-\frac{1}{13} (12\sqrt{x-1})^{13} + c$
 C) $\frac{1}{13} (12\sqrt{x-1})^{13} + c$
 D) $\frac{12}{13} (12\sqrt{x-1})^{13} + c$
 E) $\frac{3}{13} (12\sqrt{x-1})^{13} + c$

5. $\int (x-2) \cdot f'(x) dx = x^3 - 3x^2 + c$ ve

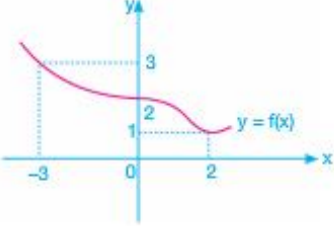
$f(2) = 5$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

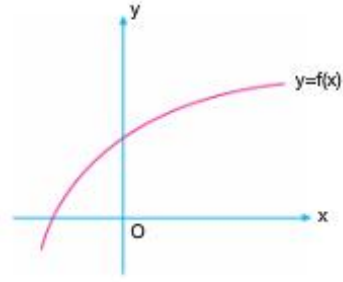
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $f''(x) = 24x^2 - 36x$
 $f'(-1) = -22$
 $f(1) = 1$
 olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?
 A) -7 B) -5 C) 3 D) 9 E) 12

7. $f(-1) = 3$ ve $f(2) = 7$ olduğuna göre,
 $\int_{-1}^2 f(x) dx + \int_{-1}^2 x \cdot f'(x) dx$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 11 B) 14 C) 17 D) 20 E) 23

8.  Yanda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,
 $\int_{-3}^2 f(x) dx = 11$
 olduğuna göre, $\int_{-3}^2 x \cdot f'(x) dx$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

9.



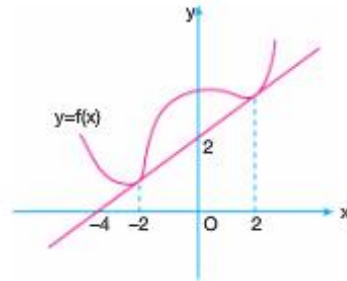
Yukandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$$\int_{-5}^2 \left(\frac{|f'(x)|}{f'(x)} - \frac{f''(x)}{|f''(x)|} \right) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) 6 C) 7 D) 12 E) 14

10.



Yukandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile bu grafiğe $x = -2$ teğet olan d doğrusu verilmiştir. Buna göre,

$$\int_{-2}^2 x \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

1. E 2. C 3. D 4. D 5. B 6. A 7. C 8. D 9. E 10. C

1. $\int_{-\frac{1}{3}}^2 \frac{x}{\sqrt[3]{3x+2}} dx$ integralinde $x = \frac{u^3-2}{3}$ de-

ğişken değişirmesi yapılırsa aşağıdaki integral-
lerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^2 (u^3 - 2u) du$ B) $\int_1^2 \frac{1}{3} (u^4 - 2u) du$

C) $\int_1^2 (u^4 - 2u) du$ D) $\int_1^2 (u^3 - u) du$

E) $\int_1^2 (u^4 - u^2) du$

2. $\int_0^{64} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt[6]{x^5} + x} dx$ integralinde,

$x = u^6$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integraller-
den hangisi elde edilir?

A) $\int_0^1 6u^2 du$ B) $\int_0^2 6u^2 du$ C) $\int_1^2 6u^2 du$

D) $\int_1^2 u^2 du$ E) $\int_0^2 u^2 du$

3. $y^2 = 2x$ eğrisi, bu eğriye $(8, 4)$ noktasında çizilen teğet ve y eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

4. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 9x$ doğrusu arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) $\frac{71}{2}$ B) 36 C) $\frac{77}{2}$ D) 40 E) $\frac{81}{2}$

5. $\int_0^3 (x\sqrt{x^2+1} - \sqrt{9-x^2}) dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{(10\sqrt{10}-1)}{3} - \frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{(10\sqrt{10}-1)}{3} - \frac{9\pi}{4}$

C) $\frac{(10\sqrt{10}+1)}{9} - \frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{(10\sqrt{10}+1)}{9} + \frac{5\pi}{4}$

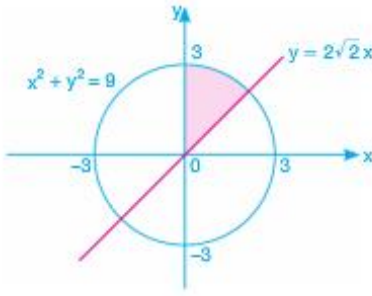
E) $\frac{(10\sqrt{10}+1)}{3} + \frac{5\pi}{4}$

6. $\int_{-2}^0 (\sqrt{8-x^2} - 2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\pi + 3$ B) $\pi + 2$ C) $\pi + 1$

D) $\pi - 1$ E) $\pi - 2$

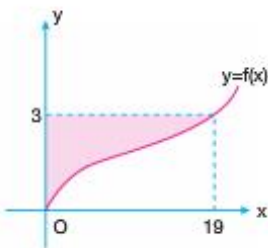
7.



Yukandaki şekilde verilen taralı bölgeyi ifade eden integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_0^1 [(2\sqrt{2}x) - \sqrt{9-x^2}] dx$
 B) $\int_0^2 (\sqrt{9-x^2} - 2\sqrt{2}x) dx$
 C) $\int_0^1 (\sqrt{9-x^2} - 2\sqrt{2}x) dx$
 D) $\int_1^2 (\sqrt{9-x^2} - 2\sqrt{2}x) dx$
 E) $\int_0^1 (\sqrt{9-x^2} - \sqrt{2}x) dx$

8.



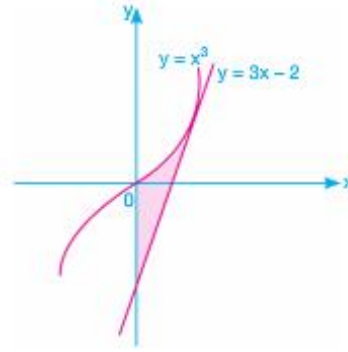
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Taralı bölgenin alanı 24 br^2 olduğuna göre,

$$\int_2^3 x^2 \cdot f(x^3 - 8) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

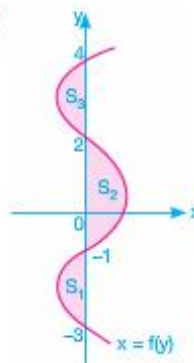
9.



Yukandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

10.



Yandaki şekilde $x = f(y)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-3}^4 |f(y)| dy = 16$$

$$\int_{-3}^4 f(y) dy = 8$$

olduğuna göre,

$\int_{-1}^2 f(y) dy$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

11.

$0 \leq t \leq 6$ olmak üzere bir kamptaki erzak durumunun zamana bağlı hızı, $E'(t) = 12 - 2t$ (kg / gün) fonksiyonu ile verilmiştir.

Kamp yapılmaya başladıktan 4 gün sonra kalan erzak kaç kg dir?

- A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

sonuç yayınları

1. B 2. B 3. B 4. E 5. B 6. E 7. C 8. C 9. D 10. A 11. A

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli ve $f'(x) = x + 1$, $f(2) = -1$ olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0

(2006 - ÖSS)

2. $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $1 + \sqrt{3}$ B) $2 - 2\sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{3}$
D) $4 - \sqrt{3}$ E) $8 - 3\sqrt{3}$

(2007 - ÖSS)

3. $x^2 = 2y$ ve $y^2 = 2x$ eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(2007 - ÖSS)

4. $b > 0$ olduğuna göre,

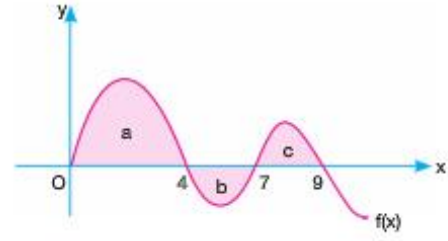
$$\int_0^b (2x - x^2) dx$$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

(2008 - ÖSS)

5.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

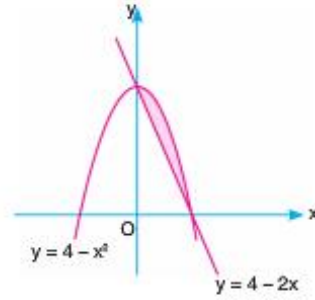
Buna göre, $\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx$

değeri kaçtır?

A) $2a + b$ B) $2a + c$ C) $2b + c$
D) $2c + b$ E) $2a + 2b + c$

(2009 - ÖSS)

6.



Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

(2009 - ÖSS)

7.

$$f''(x) = 6x - 2, f'(0) = 4, f(0) = 1$$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(2010 - LYS)

Çıkış Sorular

8. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

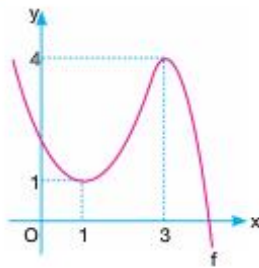
(2010 – LYS 1/MAT)

9. $y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(2010 – LYS 1/MAT)

10.



$\int_1^3 \frac{x \cdot f(x) - f(x)}{x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(2010 – LYS 1/MAT)

Yanda grafiği verilen f fonksiyonu için,

11. $f(x) = \begin{cases} 3-x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x-3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

$\int_1^3 f(x+1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(2010 – LYS 1/MAT)

12. Bir f fonksiyonunun grafiğinin,

$x = a$ noktasındaki teğetinin eğimi 1,

$x = b$ noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$ tür.

$f''(x)$ ikinci türev fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli olduğuna göre,

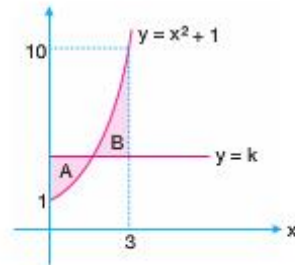
$\int_b^a f'(x) \cdot f''(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(2011 – LYS 1/MAT)

13. Aşağıdaki grafikte A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde $y = k$ doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

(2011 – LYS 1/MAT)

14.

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 2 dx$$

eşitliği veriliyor.

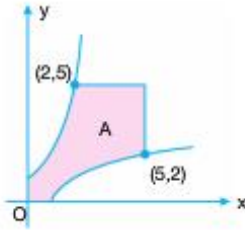
 $f(0) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) -2 E) -1

(2012 – LYS 1 / MAT)

15.

Birinci bölgede; koordinat eksenleri, $x = 5$, $y = 5$ doğruları ve $y = x^2 + 1$, $x = y^2 + 1$ eğrileri arasında kalan A bölgesi aşağıda verilmiştir.



A bölgesinin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{35}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) $\frac{71}{6}$ E) $\frac{77}{6}$

(2012 – LYS 1 / MAT)

16.

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonu için

$$\int_1^3 f(x) dx = 5$$

olduğu biliniyor.

Buna göre,

$$\int_0^1 (4 + f(2x+1)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 1 C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

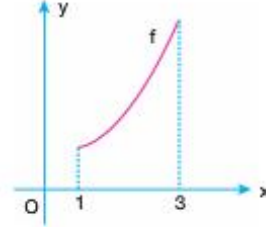
(2013 – LYS 1 / MAT)

17.

$$f: [1, 3] \rightarrow [2, 10]$$

$$f(x) = 1 + x^2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$[1, 3]$ aralığı, eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sağ uç noktaları x_1 ve x_2 olarak işaretleniyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla $f(x_1)$, $f(x_2)$ birim olan iki dikdörtgen çiziliyor.

Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı A ve f fonksiyonu ile x eksenleri arasında kalan bölgenin alanı B olduğuna göre, $A - B$ farkı kaç birim karedir?

- A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{19}{6}$ E) $\frac{23}{6}$

(2013 – LYS 1 / MAT)

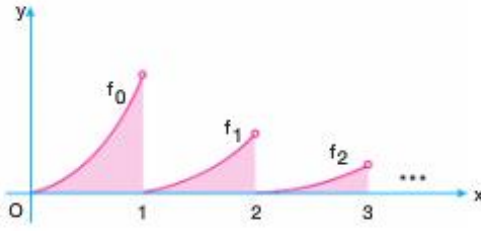
Çıkış Sorular

18. n bir doğal sayı olmak üzere,

$$f_n: [n, n+1) \rightarrow \left[0, \frac{1}{2^n}\right)$$

$$f_n(x) = \frac{(x-n)^2}{2^n}$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlar ile x ekseninde kalan bölgeler aşağıdaki şekilde taralı olarak verilmiştir.



Buna göre, tüm taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{11}{12}$

(2013 – LYS 1/MAT)

19. f , gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyon ve

$$\int_0^3 f(x) dx = 2$$

$$\int_0^3 x f'(x) dx = 1$$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(2014 – LYS 1/MAT)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ -2, & 1 \leq x < 4 \text{ ise} \\ x-6, & 4 \leq x < 6 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_0^6 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) -9 D) -8 E) -7

(2014 – LYS 1/MAT)

$$21. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_4^9 \frac{u}{u^2-1} du$ B) $\int_4^9 \frac{u}{u^2-1} du$

C) $\int_2^3 \frac{u}{2(u^2-1)} du$ D) $\int_2^3 \frac{2u^2}{u^2-1} du$

E) $\int_2^3 \frac{u}{u^2-1} du$

(2014 – LYS 1/MAT)

22. Dik koordinat düzleminde; $y = 3\sqrt{x}$ eğrisi, $x = 1$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölge, $y = mx$ doğrusu tarafından alanları eşit olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) 1 E) 2

(2014 – LYS 1/MAT)

23. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve iki defa türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$$f(1) = f(2) = 2$$

$$f'(1) = f'(2) = -1$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\int_1^2 x \cdot f''(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$

(2015 – LYS 1/MAT)

25. a bir pozitif gerçel sayı olmak üzere, baş katsayısı 1 olan ikinci dereceden gerçel katsayılı her $P(x)$ polinomu için

$$\int_{-1}^1 P(x) dx = P(a) + P(-a)$$

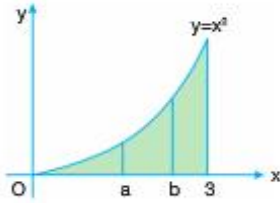
eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, a değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2015 – LYS 1/MAT)

24. Dik koordinat düzleminde, $y = x^2$ eğrisi, x eksen ve $x = 3$ doğrusu arasında kalan boyalı bölge aşağıda gösterilmiştir.



Bu boyalı bölge, $x = a$ ve $x = b$ doğruları ile eşit alanlı üç alt bölgeye ayrılıyor.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $5\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{9}$

(2015 – LYS 1/MAT)

- 26.

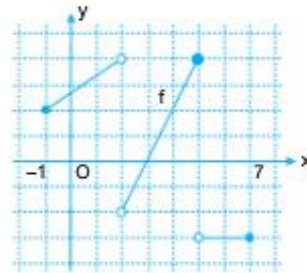
$$\int_4^9 \frac{3x-3}{\sqrt{x}+1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 18 C) 23 D) 28 E) 33

(2016 – LYS 1/MAT)

27. $[-1, 7]$ aralığında tanımlı bir f fonksiyonun grafiği birim karelere bölünen şekildeki dik koordinat düzleminde verilmiştir.



Buna göre, $\int_{-1}^7 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(2016 – LYS 1/MAT)

Çıkış Sorular

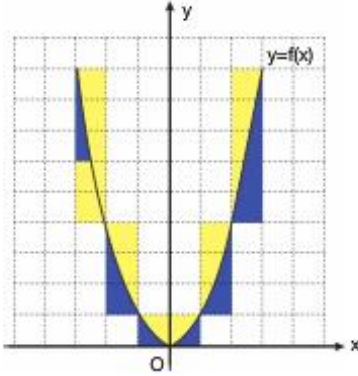
28. k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, $y = kx$ doğrusu ile $y = x^2$ parabolü arasında kalan sınırlı bölgenin alanı $\frac{9}{16}$ birimkaredir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{8}{5}$

(2016 – LYS 1/MAT)

29. Gerçel sayılar kümesi üzerinde $f(x) = x^2$ fonksiyonu tanımlanıyor. $[-3, 3]$ aralığındaki gerçel sayılar için $y = f(x)$ grafiği birim karelere bölünen şekildeki dik koordinat düzleminde verilmiştir.



Bu grafiğin böldüğü birim karelerde; grafiğin altında kalan bölgeler maviye, üstünde kalan bölgeler ise sarıya şekildeki gibi boyanmıştır.

Buna göre, mavi bölgelerin alanları toplamının sarı bölgelerin alanları toplamına oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{7}$

(2017 – LYS 1/MAT)

30. F gerçel sayılar kümesinde türevlenebilir bir fonksiyon ve f gerçel sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyon olmak üzere, her x gerçel sayısı için

$$F'(x) = f(x)$$

eşitliği sağlanıyor.

$F(2) = 7$ ve $F(1) = 3$ olduğuna göre,

$$\int_1^2 F(x)f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

(2017 – LYS 1/MAT)

31. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı, artan ve sürekli bir f fonksiyonu için

$$f(0) = 2$$

$$f(1) = 3$$

$$f(2) = 4$$

eşitlikleri verilmiştir.

Buna göre, $\int_0^2 f(x)dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 4 B) 4,5 C) 6 D) 7,5 E) 8

(2018 – AYT)

32. Bir matematik dersinde kısmi integrasyon konusunu işleyen Ebru Öğretmen tahtaya

$$\int u dv = uv - \int v du$$

kuralını yazdıktan sonra, Mehmet bir sorunun çözümünde u ve v yerine sırasıyla $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarını seçip bu kuralı uygulayarak

$$\int f(x)g'(x)dx = \frac{f(x)}{x} - \int \frac{2}{x^2} dx$$

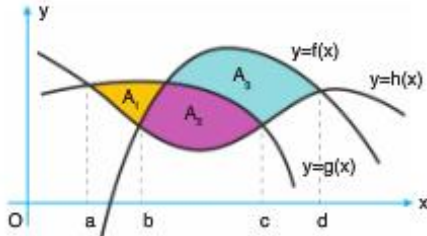
eşitliğini elde ediyor.

$f(1) = 2$ olduğuna göre, $f(e)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(2018 – AYT)

33. Dik koordinat düzleminde f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde gösterilen boyalı A_1, A_2 ve A_3 bölgelerinin alanları sırasıyla 1, 3 ve 9 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_a^c (h(x) - g(x)) dx + \int_b^d (f(x) - h(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 12 D) 13 E) 17

(2018 – AYT)

34. a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde,

$$y = ax^2 + b$$

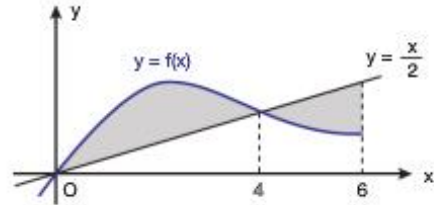
eğrisi ile $x = 0$, $x = 2$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölge, $(2, 0)$ ve $(0, b)$ noktalarından geçen doğru ile alanları oranı 3 olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

(2018 – AYT)

35. Dik koordinat düzleminde, $y = \frac{x}{2}$ doğrusu ile $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$\int_0^4 f(x) dx = 8$$

$$\int_4^6 f(x) dx = 3$$

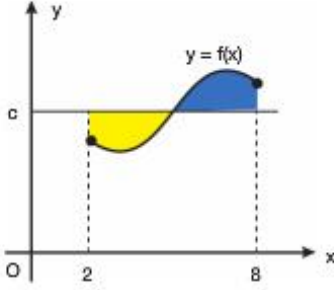
olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

(2019 – AYT)

Çıkış Sorular

36. c pozitif bir gerçel sayı olmak üzere; dik koordinat düzleminde, $y = c$ doğrusu ile $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Şekildeki mavi bölgenin alanı, sarı bölgenin alanından 2 birimkare fazladır.

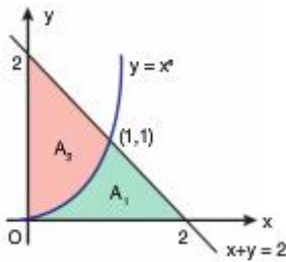
$$\int_1^4 f(2x) dx = 28$$

olduğuna göre, c değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

(2019 - AYT)

37. a pozitif bir tam sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde $x + y = 2$ doğrusu ve eksenler arasında kalan üçgensel bölge, $y = x^a$ eğrisi ile şekildeki gibi iki bölgeye ayrılmıştır.



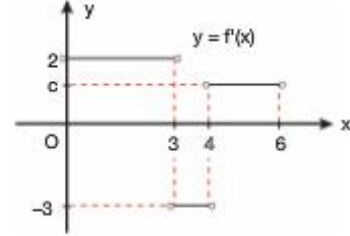
Şekilde; A_2 bölgesinin alanı, A_1 bölgesinin alanının 2 katıdır.

Buna göre, a değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2019 - AYT)

38. $[0,6]$ kapalı aralığında sürekli ve $(0,3)$, $(3,4)$, $(4,6)$ açık aralıklarının her birinde türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği aşağıdaki dik koordinat düzleminde verilmiştir.



$0 < c < 2$ olmak üzere,

$$f(0) = 5$$

olduğuna göre, $f(6)$ değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5,5 B) 7,3 C) 10,1 D) 12,7 E) 14,9

(2019 - AYT)

ÇIKMIŞ SORULAR CEVAP ANAHTARI

1. A	11. C	21. D	31. C
2. E	12. A	22. E	32. B
3. D	13. C	23. A	33. B
4. E	14. A	24. D	34. C
5. C	15. C	25. E	35. D
6. C	16. E	26. C	36. B
7. B	17. B	27. C	37. D
8. D	18. A	28. A	38. C
9. A	19. B	29. C	
10. D	20. A	30. 20	

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

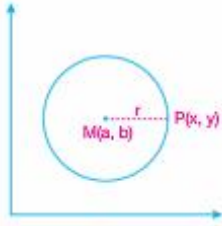
Çemberin Standart Denklemi - I

Örnek

Merkezi $(3, -2)$ ve yarıçapı 4 birim olan çemberin standart denklemini bulunuz.

r , bir pozitif gerçekte sayı olmak üzere düzlemde, sabit bir M noktasından, r birim uzaklıktaki noktaların geometrik yerine **çember** denir.

M noktasına çemberin merkezi, r gerçekte sayısında çemberin yarıçapı denir.



$M(a, b)$ noktasından r birim uzaklıkta bulunan bir noktanın koordinatları $P(x, y)$ olsun.

İki nokta arasındaki uzaklık formülünden,

$$|MP| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r$$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ olarak bulunur.

Buna göre, merkezi $M(a, b)$ yarıçapı r birim olan çemberin standart denklemi : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$



Çözüm

$M(3, -2)$ ve $r = 4$ br ise

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$a = 3$, $b = -2$, $r = 4$ yazılırsa,

$$(x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = 4^2$$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4^2 \text{ bulunur.}$$

Çemberin standart denklemi

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16 \text{ dır.}$$

1. Merkezi $M(1, 3)$ ve yarıçapı 2 birim olan çemberin standart denklemini bulunuz.

3. Denklemi $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ olan çemberin merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

2. Merkezi $M(-2, 4)$ ve yarıçapı $\sqrt{5}$ birim olan çemberin standart denklemini bulunuz.

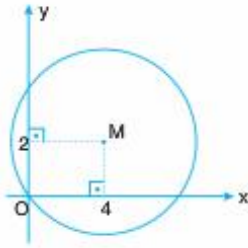
4. Denklemi $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$ olan çemberin merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

sonuç yayınları

1. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 2. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 5$ 3. $M(0, -1)$, $r = 2$ 4. $M(-2, 2)$, $r = \sqrt{2}$

Çemberin Standart Denklemi - II

Örnek

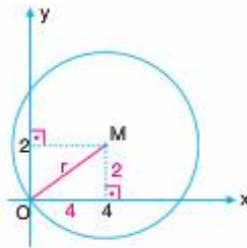


Analitik düzlemde verilen M merkezli çember, orijinden geçmektedir.

Buna göre, çemberin standart denklemi bulunuz.



Çözüm



Çemberin standart denklemini yazabilmek için merkezini ve yarıçapını bulalım.

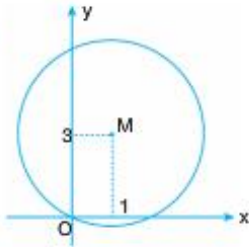
$$M(4, 2)$$

$$r^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow r = 2\sqrt{5} \text{ br}$$

Çemberin standart denklemi;

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = (2\sqrt{5})^2 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 20$$

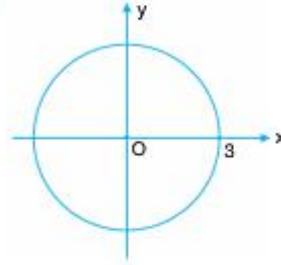
1.



Analitik düzlemde verilen M merkezli çember orijinden geçmektedir.

Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

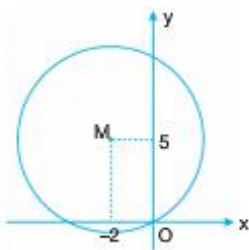
3.



Analitik düzlemde O merkezli çember verilmiştir.

Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

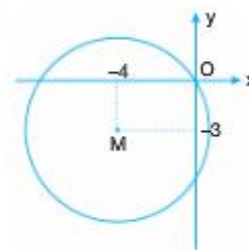
2.



Analitik düzlemde verilen M merkezli çember orijinden geçmektedir.

Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

4.



Analitik düzlemde M merkezli çember verilmiştir.

Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç yarınları

1. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$ 2. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 29$ 3. $x^2 + y^2 = 9$ 4. $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$

Çemberin Standart Denklemi - III

Örnek

Merkezi $M(-1, 3)$ olan ve $P(2, 7)$ noktasından geçen çemberin standart denklemini bulunuz.



Çözüm



Çemberin denklemini yazabilmek için merkezini ve yarıçapını belirteyelim.

Çemberin merkezi $M(-1, 3)$ yarıçapı M ile P arasındaki uzaklıktır.

$$r = |MP| = \sqrt{(2 + 1)^2 + (7 - 3)^2} = 5$$

yarıçapı $r = 5$ birim

$$(x - (-1))^2 + (y - 3)^2 = 5^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

1. Merkezi $M(3, 9)$ olan ve $P(-2, -3)$ noktasından geçen çemberin standart denklemini bulunuz.

3. Merkezi $x + 2y = 7$ ve $x - y = -2$ doğruları üzerinde ve yarıçapı 2 birim olan çemberin standart denklemini bulunuz.

İpucu : Çemberin merkezi doğruların kesişim noktasıdır.

2. Merkezi $M(1, 7)$ olan ve orijinden geçen çemberin standart denklemini bulunuz.

4. Merkezi $x - y = 1$ ve $y = 3$ doğruları üzerinde olan ve orijinden geçen çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç yayınları

1. $(x - 3)^2 + (y - 9)^2 = 169$ 2. $(x - 1)^2 + (y - 7)^2 = 50$
3. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 4. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

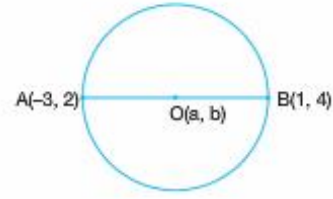
Çemberin Standart Denklemi - IV

Örnek

$A(-3, 2)$ ve $B(1, 4)$ olmak üzere, $[AB]$ çaplı çemberin denklemini bulunuz.



Çözüm



Çemberin merkezi $[AB]$ nin orta noktasıdır.

$$a = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

$$b = \frac{2 + 4}{2} = 3 \text{ olup } O = (-1, 3) \text{ dir.}$$

$$r = |OA| = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{5} \text{ br}$$

Çemberin denklemi

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5 \text{ bulunur.}$$

1. $M(8, 2)$ merkezli çember, $A(0, -4)$ noktasından geçtiğine göre, yarıçapı kaç br dir?

3. $[AB]$ çaplı çemberin merkezi $M(0, -2)$ dir. A noktasının koordinatları $(1, 1)$ olduğuna göre, B noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

2. $M(-2, -3)$ merkezli 5 birim yarıçaplı çember $A(1, a)$ noktasından geçtiğine göre, a nın pozitif tam sayı değeri kaçtır?

4. $A(4, 1)$ ve $B(-2, 9)$ olmak üzere, $[AB]$ çaplı çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç yayınları

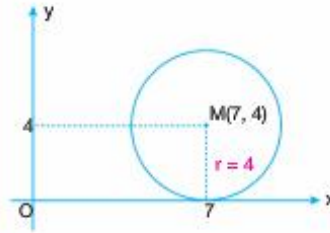
$$1. 10 \quad 2. 1 \quad 3. -6 \quad 4. (x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

Çemberin Standart Denklemi - V

Örnek

$M(7, 4)$ merkezli çember x eksenine teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

Çözüm



Bu tip sorularda verilen koordinat düzleminde gösterirsek sonuç daha kolay bulunur.

Çemberin yarıçapı = 4 br

Merkezi : $M(7, 4)$ olup

Denklemi

$$(x - 7)^2 + (y - 4)^2 = 4^2$$

$$(x - 7)^2 + (y - 4)^2 = 16 \text{ bulunur.}$$

1.

Merkezi $M(3, -2)$ olan çember x eksenine teğet olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç br dir?

4.

Merkezinin apsisi -4 yarıçapı 3 br olan çember x eksenine 3. bölgede teğet olduğuna göre, standart denklemini bulunuz.

2.

Merkezi $M(-1, a)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember x eksenine teğet olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

5.

Merkezi x ekseninde olan ve x eksenini $(-3, 0)$ ile $(5, 0)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemini bulunuz.

3.

Merkezi $M(7, -2)$ ve x eksenine teğet olan çemberin standart denklemini bulunuz.

1. 2 2. 4 3. $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 4. $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 9$ 5. $(x - 1)^2 + y^2 = 16$

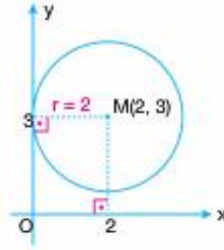
Çemberin Standart Denklemi - VI

Örnek

$M(2, 3)$ merkezli çember y eksenine teğet olduğuna göre, standart denklemini bulunuz.



Çözüm



Çemberin yarıçapı : $r = 2$ br

Merkezi : $M(2, 3)$
olduğundan

Denklemi

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

bulunur.

1. Merkezi $M(-2, 3)$ olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, yarıçapı kaç br dir?

4. Merkezinin ordinatı -5 yarıçapı 2 br olan çember y eksenine 4 . bölgede teğet olduğuna göre, standart denklemini bulunuz.

2. Merkezi $M(a, 2)$ ve yarıçapı 3 birim olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

3. Merkezi $M(1, -4)$ olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

5. Merkezi y ekseninde olan ve y eksenini $A(0, 2)$ ve $B(0, 4)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç yayınları

1. 2 2. 3 3. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 1$ 4. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$ 5. $x^2 + (y - 3)^2 = 1$

Çemberin Standart Denklemi - VII

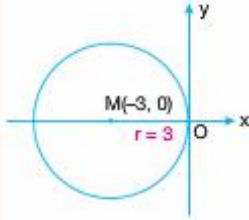
Örnek 1

Merkezi negatif tarafta x ekseninde bulunan ve yarıçapı 3 birim olan çember orijinden geçtiğine göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

Çözüm

X ekseninde bulunan bir noktanın koordinatları $A(a, 0)$ dir.

Bir çemberin merkezi x ekseninde ise standart denklemi $(x - a)^2 + y^2 = r^2$ olur.



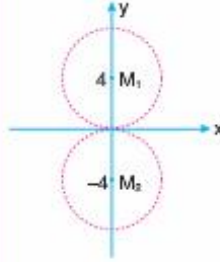
Merkezi x ekseninde olup çember orijinden geçtiğinde merkezin apsisi -3 olur.

Çemberin denklemi $(x + 3)^2 + y^2 = 9$ bulunur.

Örnek 2

Merkezi orijinden 4 birim uzaklıkta y ekseninde bulunan ve x eksenine teğet olan çemberlerin denklemlerini bulunuz.

Çözüm



Y ekseninde bulunan bir noktanın koordinatları $B(0, b)$ dir.

Buna göre, bir çemberin merkezi y ekseninde ise denklemi

$$x^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Koordinat düzleminde orijinden 4 birim uzaklıkta ve y ekseninde olan iki nokta seçelim. Bu noktalar çemberin merkezi olur ve yarıçapları 4 birimdir.

Buna göre, çember denklemleri

$$(I) \quad x^2 + (y - 4)^2 = 16$$

$$(II) \quad x^2 + (y + 4)^2 = 16 \quad \text{olarak bulunur.}$$

1. Merkezi pozitif tarafta x ekseninde bulunan, yarıçapı 1 birim olan çember orijinden geçmektedir.

Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

3. Merkezi negatif tarafta y ekseninde bulunan ve yarıçapı 5 birim olan çember orijinden geçmektedir. Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

2. Merkezi orijinden 2 birim uzaklıkta x ekseninde bulunan ve y eksenine teğet olan çember x ekseninin sol tarafında bulunduğuna göre, standart denklemini bulunuz.

4. Merkezi orijinden 3 birim uzaklıkta y ekseninde bulunan ve x eksenine teğet olan çember y ekseninin alt tarafında bulunduğuna göre, standart denklemini bulunuz.

$$1. (x - 1)^2 + y^2 = 1 \quad 2. (x + 2)^2 + y^2 = 4 \quad 3. x^2 + (y + 5)^2 = 25 \quad 4. x^2 + (y + 3)^2 = 9$$

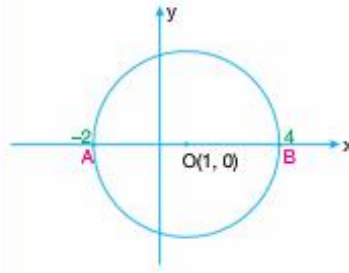
Çemberin Standart Denklemi - VIII

Örnek

Merkezi x ekseninde olan ve x eksenini $(-2, 0)$ ile $(4, 0)$ noktalarında kesen çemberin denklemini bulunuz.



Çözüm



Şekilde $[AB]$ çaptır.

$|AB| = 6$ br ise

$r = 3$ birimdir.

$O(1, 0)$ dir.

Çemberin denklemi

$$(x - 1)^2 + y^2 = 9$$

1. Merkezi x ekseninde olan ve x eksenini $(1, 0)$ ile $(-7, 0)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemini bulunuz.

3. Merkezi $M(1, k)$ olan ve eksenlere teğet olan çemberin merkezi birinci bölgede olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

2. Merkezi y ekseninde olan ve y eksenini $A(0, -1)$ ve $B(0, -9)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemini bulunuz.

4. Yarıçapı 5 birim olan çember eksenlere üçüncü bölgede teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç sayıları

1. $(x + 3)^2 + y^2 = 16$ 2. $x^2 + (y + 5)^2 = 16$ 3. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 4. $(x + 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$

Çemberin Standart Denklemi - IX

Örnek

Her iki eksene teğet olan ve $A(1, 2)$ noktasından geçen çemberin standart denklemlerini bulunuz.



Çözüm

Çember her iki eksene teğet olup $A(1, 2)$ noktasından geçtiğine göre, çember birinci bölgededir ve merkezi $M(r, r)$ dir.

Buna göre, denklemi

$(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2$ ve $A(1, 2)$ noktasından geçiyorsa

$$(1 - r)^2 + (2 - r)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (r - 1)(r - 5) = 0$$

$$r = 1 \text{ ve } r = 5 \text{ olur.}$$

Çemberin denklemleri

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

1. Her iki eksene de teğet olan ve $A(2, 1)$ noktasından geçen çemberin yarıçapının alacağı değerleri bulunuz.

4. Her iki eksene de teğet olan ve $A(4, 2)$ noktasından geçen çemberin standart denklemlerinden birini bulunuz.

2. Merkezi $M(3, -3)$ olan ve her iki eksene de teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?

5. Her iki eksene de teğet olan ve $A(-4, -2)$ noktasından geçen çemberin standart denklemlerinden birini bulunuz.

3. Her iki eksene de teğet olan ve $A(1, -2)$ noktasından geçen çemberin merkez koordinatlarından birini bulunuz.

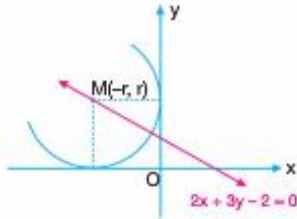
1. $\{1, 5\}$ 2. 3 3. $(5, -5)$ 4. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 5. $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Çemberin Standart Denklemi - X

Örnek 1

Merkezi $2x + 3y - 2 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan ve II. bölgede her iki eksenede teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?

Çözüm



II. bölgede her iki eksenede teğet olduğundan çemberin merkezi $M(-r, r)$ dir.

Nokta $2x + 3y - 2 = 0$ doğrusu üzerinde olduğundan denklemi sağlamalıdır.

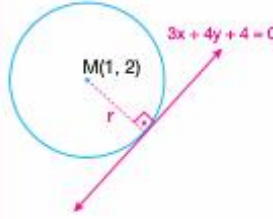
$$2 \cdot (-r) + 3 \cdot r - 2 = 0$$

$$r = 2 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

$M(1, 2)$ merkezli çember $3x + 4y + 4 = 0$ doğrusuna teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

Çözüm



$3x + 4y + 4 = 0$ doğrusu çembere teğet olduğundan

$M(1, 2)$ noktasının $3x + 4y + 4 = 0$ doğrusuna uzaklığı yarıçapı verir.

$$r = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

$M(1, 2)$ ve $r = 3$ olduğundan çemberin denklemi $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ olarak bulunur.

1. Merkezi $x - 2y = -2$ doğrusu üzerinde bulunan ve eksenlere teğet olan çemberin standart denklemlerinden birini bulunuz.

3. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 17$ çemberi y eksenini A ve B noktalarında kesmektedir. Buna göre, $[AB]$ yi çap kabul eden çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

2. Merkezi $3x + y = 4$ doğrusu üzerinde bulunan ve eksenlere teğet olan çemberin standart denklemlerinden birini bulunuz.

4. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 26$ çemberi x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir. Buna göre, $[AB]$ yi çap kabul eden çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

sonuç yayınları

1. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 2. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 3. $(0, 5)$ 4. $(2, 0)$

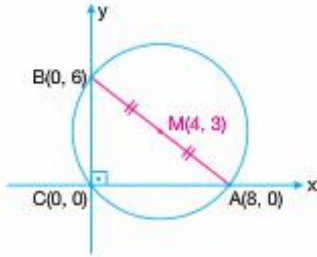
Çemberin Standart Denklemi - XI

Örnek 1

A(8, 0), B(0, 6) ve C(0, 0) noktalarından geçen çemberin standart denklemini bulunuz.



Çözüm



$m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$ olduğundan $[AB]$ çap olur.

$$|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$$|AB|^2 = 6^2 + 8^2$$

$$|AB| = 10 \text{ olur.}$$

$$r = 5 \text{ birimdir.}$$

$[AB]$ nin orta noktası merkez olacağından

$$M\left(\frac{8+0}{2}, \frac{0+6}{2}\right) \Rightarrow M(4, 3) \text{ bulunur.}$$

$M(4, 3)$ ve $r = 5$ olan çemberin denklemi

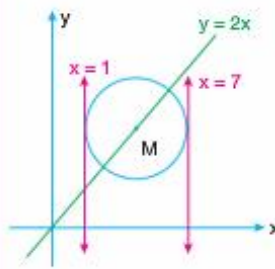
$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

Analitik düzlemde $x = 1$ ve $x = 7$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y = 2x$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin standart denklemini bulunuz.



Çözüm



Çemberin yarıçapı :

$$r = \frac{|7-1|}{2} = 3 \text{ birim}$$

Çemberin merkezinin

$$\text{apsisi : } x = \frac{1+7}{2} = 4$$

bulunur.

Merkezi $y = 2x$ doğrusu üzerinde olduğundan

$$x = 4 \Rightarrow y = 2 \cdot 4 = 8 \text{ dir.}$$

Merkezi $(4, 8)$ ve $r = 3$ olan çemberin denklemi

$$(x-4)^2 + (y-8)^2 = 9$$

1. A(2, 0), B(0, 4) ve C(0, 0) noktalarından geçen çemberin standart denklemini bulunuz.

3. Analitik düzlemde $x = -3$ ve $x = 1$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y = x$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

2. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 13$ çemberi y eksenini A ve B noktalarında kesmektedir. Buna göre, $[AB]$ yi çap kabul eden çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

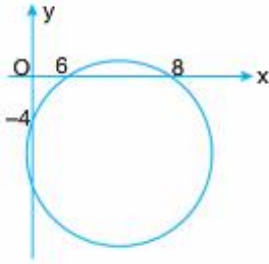
4. Analitik düzlemde $y = -1$ ve $y = 5$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y = x - 1$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin standart denklemini bulunuz.

sonuç yayınları

$$1. (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \quad 2. (0, 1) \quad 3. (-1, -1) \quad 4. (x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$$

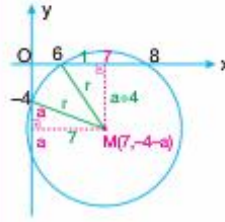
Çemberin Standart Denklemi - XII

Örnek



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemini bulunuz.

Çözüm



Şekilde verilen dik üçgenlerin hipotenüsleri birbirine eşit olduğundan

$$1^2 + (a + 4)^2 = 7^2 + a^2$$

$$1 + a^2 + 8a + 16 = 49 + a^2$$

$$a = 4 \text{ bulunur.}$$

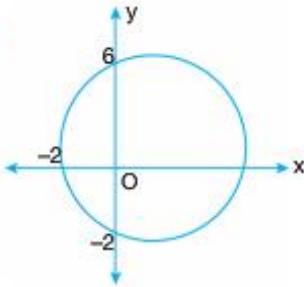
$$M(7, -8) \text{ bulunur.}$$

$$r = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65} \text{ dir.}$$

$M(7, -8)$ ve $r = \sqrt{65}$ olan çemberin standart denklemini

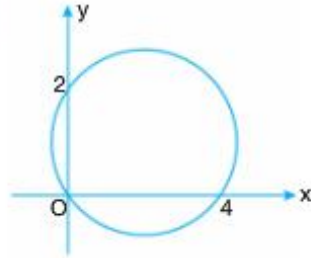
$$(x - 7)^2 + (y + 8)^2 = 65 \text{ olur.}$$

1.



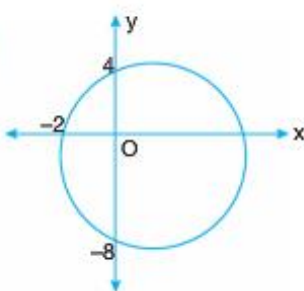
Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemini bulunuz.

3.



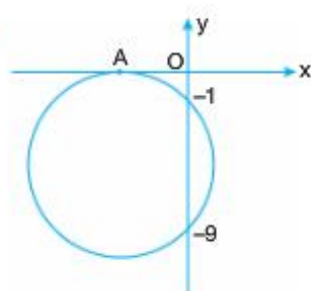
Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemini bulunuz.

2.



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemini bulunuz.

4.



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemini bulunuz.

1. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 20$ 2. $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 85$
3. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$ 4. $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 25$

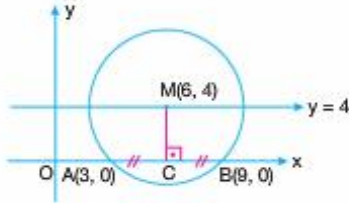
Çemberin Standart Denklemi - XIII

Örnek 1

A(3, 0) ve B(9, 0) noktalarından geçen çemberin merkezi $y = 4$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.



Çözüm



[AB] nin orta noktası $C\left(\frac{3+9}{2}, 0\right) = C(6, 0)$ dir.

Çemberin merkezi [AB] nin orta dikme doğrusu olan $x = 6$ ile $y = 4$ doğrusunun kesişim noktası $M(6, 4)$ tür.

Çemberin yarıçapı

$$|MA| = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = 5 \text{ birimdir.}$$

Çemberin denklemi :

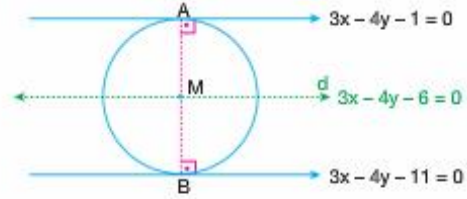
$$(x-6)^2 + (y-4)^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

Merkezi $x = 2$ doğrusu üzerinde bulunan çember $3x - 4y = 1$ ve $3x - 4y = 11$ doğrularına teğettir. Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.



Çözüm



Şekilde [AB] çaptır.

$$|AB| = \frac{|-11+1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 2 \text{ birim ve } r = 1 \text{ dir.}$$

Çemberin merkezi $3x - 4y - 6 = 0$ ve $x = 2$ doğrularının kesişim noktasıdır.

$$x = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 - 4y - 6 = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ ve } M(2, 0) \text{ dir.}$$

Buna göre, çemberin denklemi

$$(x-2)^2 + y^2 = 1 \text{ bulunur.}$$

1. A(1, 0) ve B(9, 0) noktalarından geçen çemberin merkezi $y = 3$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

3. Analitik düzlemde
 $x - 2y + 4 = 0$
 $x - 2y + 6 = 0$

doğrularına teğet ve merkezi $x = 1$ doğrusu üzerinde olan çemberin merkezinin ordinatı kaçtır?

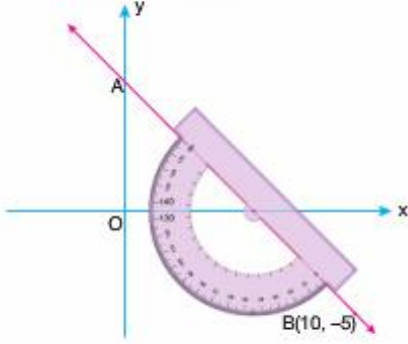
2. A(-1, 0) ve B(5, 0) noktalarından geçen çemberin merkezi $y + 2 = 0$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, standart denklemini bulunuz.

4. Merkezi $x = 4$ doğrusu üzerinde bulunan çember $4x - 3y + 1 = 0$ ve $4x - 3y + 21 = 0$ doğrularına teğettir. Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.

$$1. 5 \quad 2. (x-2)^2 + (y+2)^2 = 13 \quad 3. 3 \quad 4. (x-4)^2 + (y-9)^2 = 4$$

YENİ NESİL SORULAR

1.

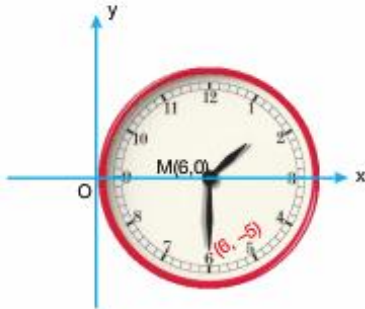


Şekilde dik koordinat düzleminde $B(10, -5)$ noktasından geçen doğrunun y eksenini kestiği A noktası ve AB doğrusu üzerine yerleştirilen açıölçer gösterilmiştir.

Buna göre, merkezi A noktası ve yarıçapı 3 br olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 9$ B) $(x - 5)^2 + y^2 = 9$
C) $x^2 + (y + 5)^2 = 9$ D) $x^2 + (y - 5)^2 = 9$
E) $(x + 5)^2 + (y + 5)^2 = 9$

2.

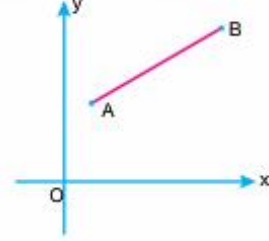


Şekilde verilen daire şeklindeki duvar saatinin merkezinden geçen bir x eksenini ve bu saate teğet y eksenini çizildiğinde saat 13:30 iken yelkovanın ucunun koordinatları $(6, -5)$ oluyor.

Saatin merkezinin koordinatları $M(6, 0)$ olduğuna göre, yelkovanın ucunun 1 saat boyunca oluşturduğu yayın denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 - 12y + 11 = 0$
B) $x^2 + y^2 - 12y - 25 = 0$
C) $x^2 + y^2 - 12x - 25 = 0$
D) $x^2 + y^2 - 12x + 11 = 0$
E) $x^2 + y^2 - 12x + 10y - 25 = 0$

3.



Dik koordinat düzlemine yerleştirilen AB çubuğu B noktası etrafında dönebilmektedir.

- Çubuk pozitif yönde 60° döndürüldüğünde A noktası x eksenine temas etmektedir.
- Çubuk negatif yönde 30° döndürüldüğünde x eksenine paralel olmaktadır.

A noktasının ilk konumdaki koordinatları $(\sqrt{3}, 4)$ olduğuna göre, B merkezli $[AB]$ yarıçaplı çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 8)^2 + (y - 5\sqrt{3})^2 = 64$
B) $(x - 8)^2 + (y - 5\sqrt{3})^2 = 48$
C) $(x - 5\sqrt{3})^2 + (y - 8)^2 = 64$
D) $(x - 5\sqrt{3})^2 + (y - 8)^2 = 48$
E) $(x - 5\sqrt{3})^2 + (y - 8)^2 = 36$

sonuç yayınları

Çemberin Genel Denklemi - I

Örnek

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$$

denklemlle verilen çemberin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ çember denkleminde parantezler açılırsa,

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \text{ elde edilir.}$$

$$-2a = D, \quad -2b = E, \quad \text{ve} \quad a^2 + b^2 - r^2 = F$$

yerine yazılırsa çemberin genel denklemi

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ elde edilir.}$$

$$\text{Merkez } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$$

$$\text{Yarıçap } r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F} \text{ dir.}$$



Çözüm

I. Yol

$$D = -8 \quad E = 6 \quad F = 21$$

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = M\left(-\frac{-8}{2}, -\frac{6}{2}\right) = M(4, -3)$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F} = \frac{1}{2}\sqrt{64 + 36 - 84} = 2 \text{ dir.}$$

II. Yol

Denkleml tam karelerin toplamı olarak yazalım.

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 - 4 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$$

$M(4, -3)$ ve $r = 2$ olarak bulunur.

1.

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$$

Çemberinin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

3.

$$3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 12 = 0$$

denklemlle verilen çemberin yarıçapı kaç br dir?

(İpucu : x^2 ile y^2 li terimlerin katsayıları 1 olmalı)

2.

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

denklemlle verilen çemberin yarıçapı kaç br dir?

4.

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y - 1 = 0$$

denklemlle verilen çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

Çemberin Genel Denklemi - II

Örnek 1

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$$

çemberinin yarıçapının 4 br olması için, k kaç olmalıdır?



Çözüm

$$D = -4 \quad E = 2 \quad F = k$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F} = 4$$

$$\sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4k} = 8$$

$$\sqrt{20 - 4k} = 8$$

$$20 - 4k = 64 \Rightarrow 4k = -44$$

$$k = -11$$

Örnek 2

$$x^2 + y^2 + (2 - a)x + (1 + b)y + b - a = 0$$

çemberinin merkezinin koordinatları $M(-2, 3)$ olduğuna göre, yarıçapı kaç br dir?



Çözüm

$$D = 2 - a \quad E = 1 + b \quad F = b - a$$

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = M\left(\frac{a-2}{2}, \frac{-1-b}{2}\right) = (-2, 3)$$

$$\frac{a-2}{2} = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\frac{-1-b}{2} = 3 \Rightarrow b = -7$$

$$D = 4, \quad E = -6, \quad F = -5$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 36 + 20}$$

$$r = 3\sqrt{2} \text{ br dir.}$$

1.

$$x^2 + y^2 - 2x + 3y + k = 0$$

çemberinin yarıçapının 1 br olması için, k kaç olmalıdır?

3.

$$x^2 + y^2 + 2ax - 8by - 1 = 0$$

çemberinin merkezi $M(-1, 4)$ noktası olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

2.

$$x^2 + y^2 + ax - 6y - 3 = 0$$

çemberinin yarıçapının 4 br olması için, a kaçtır? ($a > 0$)

4.

$$x^2 + y^2 + ax + (1 - b)y + 2b - a = 0$$

çemberinin merkezinin koordinatları $M(1, -2)$ olduğuna göre, yarıçapı kaç br dir?

sonuç yazınları

1. $\frac{9}{4}$ 2. 4 3. 1 4. 3

Çemberin Genel Denklemi - III

Örnek

$$x^2 + y^2 - (a - 2)xy + ax - 4y + 1 = 0$$

denklemini bir çember belirttiğine göre, yarıçapı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Çözüm

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

ifadesinin çember belirtmesi için içinde xy li terim yoktur.

Buna göre,

$$x^2 + y^2 - (a - 2)xy + ax - 4y + 1 = 0$$

ifadesi bir çember belirttiğinden xy li terim olmamalıdır.

$$O \text{ halde } a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{Çember denklemi : } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$$

$$D = 2 \quad E = -4 \quad F = 1$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4}$$

$$r = 2$$

1. $x^2 + y^2 + (2k + 6)xy + 2x - 4 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, k kaçtır?

3. $x^2 + y^2 + (a + 1)xy + (1 - a)x - 8ay - 8 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, yarıçapı kaç birimdir?

2. $x^2 + y^2 + (k - 2)xy - 3kx - 2y + 1 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, merkezinin koordinatlarını bulunuz.

4. $x^2 + y^2 + (2a - 6)xy + (a + 3)x + 4y + 12 = 0$
ifadesi çember belirttiğine göre, standart denklemini bulunuz.

sonuç yayınları

1. -3 2. (3, 1) 3. 5 4. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$

Çemberin Genel Denklemi - IV

Örnek

$(2m - 1)x^2 + (m + 3)y^2 - (n + 7)xy + 6nx - 4 = 0$
denklemini bir çember belirttiğine göre, $m + n$ toplamı kaçtır?



Çözüm

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

ifadesinin çember belirtmesi için x^2 ve y^2 li terimlerin katsayıları birbirine eşit olması lazım.

$$(2m - 1)x^2 + (m + 3)y^2 - (n + 7)xy + 6nx - 4 = 0$$

çember belirttiğinden

$$2m - 1 = m + 3 \Rightarrow m = 4 \text{ bulunur.}$$

xy terim olmayacağı için

$$n + 7 = 0 \Rightarrow n = -7 \text{ bulunur.}$$

$$m + n = 4 - 7 = -3$$

1. $(2k + 1)x^2 + (3 + k)y^2 + 5x + (2k + 1)y - 12 = 0$
denklemini bir çember belirttiğine göre, k kaçtır?

4. $(2a - 1)x^2 + (a + 1)y^2 - 9ay - 21 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, yarıçapı kaç birimdir?

2. $(2a - 6)x^2 + (a + 2)y^2 + 4x - 2ay - 17 = 0$
denklemini bir çember belirttiğine göre, a kaçtır?

5. $(3a - 4)x^2 + (a + 2)y^2 - (4 - 2b)xy + 4by - 1 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

3. $(a + 1)x^2 + 2y^2 + 8x - 4ay - 10 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

6. $(m - 6)x^2 + (3 - 2m)y^2 + (n - 5)xy + (n + 1)x + 10 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, çemberin merkezinin koordinatlarını bulunuz.

sonuç yayınları

1. 2 2. 8 3. $(-2, 1)$ 4. 4 5. 5 6. $(1, 0)$

Çemberin Genel Denklemi - V

Örnek

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + n + 1 = 0$$

denkleminin bir reel çember belirtmesi için n hangi aralıkta olmalıdır?

Denklemini $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ şeklinde verilen çemberde

$D^2 + E^2 - 4F$ ifadesine çemberin diskriminantı denir.

$\Rightarrow D^2 + E^2 - 4F > 0$ ise denklem çember belirtir.

$\Rightarrow D^2 + E^2 - 4F = 0$ ise denklem bir nokta belirtir.

$\Rightarrow D^2 + E^2 - 4F < 0$ ise denklem çember belirtmez.

(sanal çember belirtir)



Çözüm

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + n + 1 = 0$$

çember belirttiğine göre, diskriminantı sıfırdan büyüktür.

$$2^2 + 4^2 - 4(n + 1) > 0$$

$$20 - 4n - 4 > 0$$

$$16 > 4n$$

$$n < 4$$

n nin değer aralığı $(-\infty, 4)$ olur.

1.

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + n + 3 = 0$$

denkleminin bir reel çember belirtmesi için n hangi aralıkta olmalıdır?

3.

$$x^2 + y^2 - 4x + ny + 5 = 0$$

denklemini reel çember belirtmediğine göre, n hangi aralıkta olmalıdır?

2.

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + n + 3 = 0$$

denkleminin bir nokta belirtmesi için n kaç olmalıdır?

4.

$$x^2 + y^2 - x + 2y + n = 0$$

denklemini sanal çember belirttiğine göre, n nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

sonuç yayınları

1. $(-\infty, 2)$ 2. 10 3. $[-2, 2]$ 4. 2

Çemberin Genel Denklemi - VI

Örnek 1

$2x^2 + (m+1)y^2 + (2m-n)xy + 3nx - k = 0$ denklemi bir çember denklemi belirttiğine göre, k nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?



Çözüm

Çember denkleminde x^2 ile y^2 li terimlerin katsayıları eşit ve (xy) li terim olmamalıdır.

$$m+1=2 \Rightarrow m=1$$

$$2m-n=0 \Rightarrow 2-n=0 \Rightarrow n=2 \text{ bulunur.}$$

Bu durumda çember denklemi

$$2x^2 + 2y^2 + 6x - k = 0 \text{ sadeleştirsek}$$

$$x^2 + y^2 + 3x - \frac{k}{2} = 0$$

$$D=3 \quad E=0 \quad F=\frac{-k}{2}$$

$$D^2 + E^2 - 4F > 0 \text{ olmalı}$$

$$9 + 2k > 0, \quad 2k > -9 \Rightarrow k > -\frac{9}{2}$$

en küçük tam sayı değeri -4 tür.

Örnek 2

$$m(x^2 + y) + (y - 2x)(y + 2x + 4) = 0$$

denkleminin bir çember belirtmesi için m ne olmalıdır?



Çözüm

$$m(x^2 + y) + (y - 2x)(y + 2x + 4) = 0 \text{ (parantezleri dağıtırsak)}$$

$$mx^2 + my + y^2 + 2xy + 4y - 2xy - 4x^2 - 8x = 0$$

$$(m-4)x^2 + y^2 + (4+m)y - 8x = 0$$

denkleminin çember belirtmesi için x^2 ve y^2 li terimlerin katsayıları birbirine eşit olmalıdır.

$$m-4=1$$

$$m=5 \text{ bulunur.}$$

1. $3x^2 + (1-m)y^2 + (n-2m)xy + 3nx - 6k = 0$ denklemi bir çember belirttiğine göre, k nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

2. $m(2x^2 + y) + (y - 3x)(2y + 6x + 3) = 0$ denkleminin bir çember belirtmesi için m kaç olmalıdır?

Çemberin Genel Denklemi - VII

Örnek

$x^2 + y^2 + (2a^3 - 16)x + (a + 2)y + 3 = 0$
genel denklemi ile verilen çemberin merkezi y ekseninde olduğuna göre, merkez koordinatlarını bulunuz.



Çözüm

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde;

- 1) $F < 0$ ise denklem kesinlikle çember belirtir.
- 2) $D = 0$ ise çemberin merkezi y ekseninde yerindedir.
- 3) $E = 0$ ise çemberin merkezi x ekseninde yerindedir.
- 4) $D = E = 0$ ise çember, merkezlidir.

Verilen çember denklemi y ekseninde olduğuna göre,

$$2a^3 - 16 = 0 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2 \text{ olur.}$$

$a = 2$ ise çember denklemi $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$

$$M\left(-\frac{0}{2}, -\frac{4}{2}\right) \rightarrow M(0, -2) \text{ dir.}$$

1

$x^2 + y^2 + (3b - 2)x + (b^2 - 4)y + 1 = 0$
genel denklemi ile verilen çemberin merkezi x ekseninde olduğuna göre, merkez koordinatlarını bulunuz. ($b > 0$)

3.

$x^2 + y^2 + (3 - a)x + (2b - 6)y - 16 = 0$
denklemi ile merkezli bir çember verilmiştir. Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

2

$x^2 + y^2 + (2a + 4)x + (4 - a)y + a + 3 = 0$
genel denklemi ile verilen çemberin merkezi y ekseninde olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

4.

$x^2 + y^2 + x + 2y + 4k - 14 = 0$
denklemi kesinlikle çember belirttiğine göre, k nın alabileceği pozitif tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

sonuç yayınları

1. $M(-2, 0)$ 2. $2\sqrt{2}$ 3. 6 4. 6

Çemberin Genel Denklemi - VIII

Örnek 1

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + m + 1 = 0$
çemberi y eksenine teğet ise m kaçtır?



Çözüm

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + m + 1 = 0$ çemberinde
 $M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = M\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{4}{2}\right) = M(1, -2)$ dir.

Çember y eksenine teğet ise yarıçap merkezin apsisinin mutlak değerine eşittir.

$r = 1$ olmalıdır.

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(-2)^2 + 4^2 - 4(m+1)}}{2} = 1$$

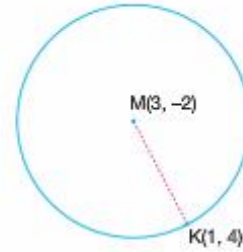
$$16 - 4m = 4 \Rightarrow m = 3 \text{ bulunur.}$$

Örnek 2

$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 4 = 0$
çemberi ile aynı merkezli olan ve $K(1, 4)$ noktasından geçen çemberin yarıçapını bulunuz.



Çözüm



$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 4 = 0$ çemberin merkezi

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = M\left(-\frac{-6}{2}, -\frac{4}{2}\right) = M(3, -2) \text{ dir.}$$

$$M(3, -2) \quad K(1, 4) \quad r = |MK|$$

$$r = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-4)^2}$$

$$r = 2\sqrt{10} \text{ bulunur.}$$

1.

$x^2 + y^2 - 8x - 2y + m - 3 = 0$
çemberi y eksenine teğet olduğuna göre,
 m kaçtır?

2.

$3x^2 + 3y^2 + 6x - 12y - 24 = 0$
çemberi ile aynı merkezli olan ve $K(0, 3)$ noktasından geçen çemberin yarıçapı kaç birimdir?

sonuç yarınları

1. 4 2. $\sqrt{2}$

Bir Nokta ile Bir Çemberin Konumu - I

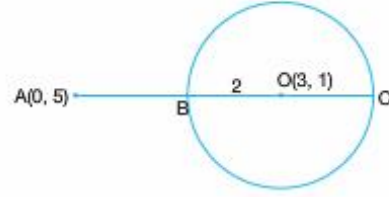
Örnek

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

çemberinin $A(0, 5)$ noktasına en yakın ve en uzak noktaları A dan kaç br uzaktır?



Çözüm



Çemberin A ya en yakın noktası B, en uzak noktası C olduğundan $|AB|$ ve $|AC|$ istenen uzunluklardır.

$$|AO| = \sqrt{(0 - 3)^2 + (5 - 1)^2} = 5$$

$$|AB| = |AO| - r = 5 - 2 = 3 \text{ br (En yakın)}$$

$$|AC| = |AO| + r = 5 + 2 = 7 \text{ br (En uzak)}$$

1.

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

çemberinin $A(2, -1)$ noktasına olan uzaklığı en az kaç br dir?

3.

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$$

çemberinin $A(2, 2)$ noktasına olan en kısa uzaklığı kaç birimdir?

2.

$$(x + 5)^2 + (y - 6)^2 = 25$$

çemberinin $A(1, 6)$ noktasına olan uzaklığı en çok kaç br dir?

4.

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

çemberinin $A(3, 4)$ noktasına olan uzaklığı en çok kaçtır?

sonuç sayıları

1. 3 2. 11 3. 3 4. 7

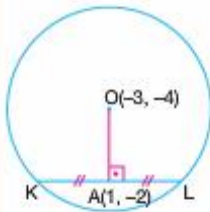
Bir Nokta ile Bir Çemberin Konumu - II

Örnek 1

$(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 36$
çemberinin $A(1, -2)$ noktasından geçen en kısa
kirişinin denklemi nedir?



Çözüm



$M_{KL} = -2$ dir.

[KL] doğru parçasının denklemi

$(y + 2) = -2(x - 1)$ olarak bulunur.

$[OA] \perp [KL]$ iken A dan ge-
çen en kısa kiriş [KL] olur.

$[OA] \perp [KL] \Rightarrow M_{OA} \cdot M_{KL} = -1$
dir.

$$M_{OA} = \frac{-4 - (-2)}{-3 - 1} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

Örnek 2

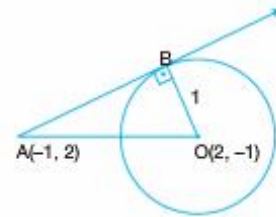
$A(-1, 2)$ noktasından

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$$

çemberine çizilen teğetin değme noktası B ise
 $|AB|$ kaç br dir?



Çözüm



$$|AO| = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - (-1))^2} = 3\sqrt{2}$$

$$|AB|^2 = |AO|^2 - |OB|^2$$

$$|AB|^2 = 18 - 1 \Rightarrow |AB| = \sqrt{17}$$



1. $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 100$
çemberinin $A(1, -5)$ noktasından geçen en kısa
kirişin denklemini bulunuz.



3. $A(0, 2)$ noktası
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$
çemberinin üzerinde olduğuna göre, r kaçtır?



2. $A(0, 2)$ noktasından
 $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 4$
çemberine çizilen teğetin değme noktası B ise
 $|AB|$ kaç br dir?



4. $A(-3, 2)$ noktasından
 $x^2 + y^2 + x - ny - 2 = 0$
çemberine çizilen teğet parçasının uzunluğu
2 br olduğuna göre, n kaçtır?

sonuç yayınları

1. $y - 2x + 7 = 0$ 2. $\sqrt{46}$ 3. 1 4. 2

Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - I

Örnek

y ekseninin

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 40$$

çemberini kestiği noktanın ordinatlarını bulunuz.



Çözüm

y ekseninin ($x = 0$ doğrusu) çemberi kestiği noktaları bulmak için denklemleri ortak çözmeliyiz.

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 40, \quad x = 0$$

$$(0 + 2)^2 + (y - 5)^2 = 40$$

$$4 + (y - 5)^2 = 40$$

$$(y - 5)^2 = 36 \Rightarrow y - 5 = 6 \text{ veya } y - 5 = -6$$

$$y = 11 \text{ veya } y = -1$$

olarak bulunur.

1.

$$x^2 + y^2 + x - 6y = 0$$

çemberi ile $x = 2$ doğrusunun kesim noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

3.

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 2 = 0$$

çemberi ile $x - y + 2 = 0$ doğrusunun kesim noktalarından birinin koordinatlarını bulunuz.

2.

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$$

çemberi ile $x + y = 3$ doğrusunun kesim noktası II. bölgede olduğuna göre, koordinatlarını bulunuz.

4.

$$2x^2 + 2y^2 + 12x - 16y - 30 = 0$$

çemberi ile $y = 2x$ doğrusunun kesiştikleri noktalar A ve B olduğuna göre, $|AB|$ kaç br dir?

sonuç yayınları

1. 6 2. $(-2, 5)$ 3. $(-1, 1)$ 4. $4\sqrt{5}$

Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - II

Örnek

$x - y + 1 = 0$ doğrusu
 $x^2 + y^2 + 4x + c = 0$
çemberine teğet ise, c kaçtır?

Bu sorunun çözümü için farklı iki yol vardır. Bu sayfada birinci yolu diğer sayfada da ikinci yolu vereceğiz.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ çemberi ile $y = mx + n$ doğrusunun durumu incelenirken ortak çözüm yapılır. Ortak çözümde x e göre elde edilen ikinci dereceden denklemin diskriminantı için

$\Delta < 0$ ise doğru çemberi kesmez.

$\Delta = 0$ ise doğru çembere teğettir.

$\Delta > 0$ ise doğru çemberi farklı iki noktada keser.



Çözüm

$\Delta = 0$ olmalıdır.

$y = x + 1$, $x^2 + y^2 + 4x + c = 0$ ise

$$x^2 + (x + 1)^2 + 4x + c = 0$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + 4x + c = 0$$

$$2x^2 + 6x + 1 + c = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 6^2 - 4 \cdot 2(1 + c) = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 8 - 8c = 0$$

$$\Rightarrow c = \frac{7}{2} \text{ bulunur.}$$

1.

$2x^2 + 2y^2 + a - 2 = 0$
çemberi ile $y = x + 1$ doğrusu teğet olduğuna göre, a kaçtır?

3.

$x^2 + y^2 + x + 2y + c = 0$
çemberi $x = y$ doğrusunu kesmediğine göre, c nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

2.

$3x - 4y + m = 0$ doğrusu
 $x^2 + y^2 = 4$ çemberini kesmiyorsa m nin en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

4.

$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = r^2$
çemberinin $4x + 3y + 5 = 0$ doğrusuna teğet olması için r kaç olmalıdır?

Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - III

Örnek

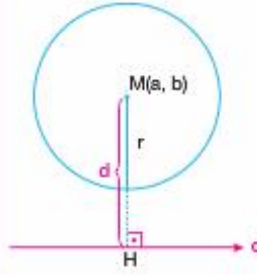
$$3x - 4y + m = 0 \text{ doğrusu}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

çemberini kesmediğine göre, m nin en geniş değer aralığını bulunuz.



Çözüm



Bir çember ile bir doğru kesişmiyorsa $|MH| = d > r$ olur.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

Çemberin merkezi $M(1, -2)$ yarıçapı $r = 4$ birimdir.

Merkezinin doğruya uzaklığı

$$|MH| = d = \frac{|3 \cdot 1 - 4(-2) + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} > 4$$

$$|m + 11| > 20$$

$$11 + m > 20$$

$$m > 9$$

$$11 + m < -20$$

$$m < -31$$

1.

$$(x + 2)^2 + y^2 = 2$$

çemberi ile $x + y + k = 0$ doğrusu kesişmediğine göre, k nin en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

3.

$$3x + 4y - m = 0 \text{ doğrusunun}$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$$

çemberiyle ortak noktaları olmadığına göre, m nin alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

2.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

çemberi ile $x - \sqrt{3}y + 6 = 0$ doğrusu kesişmemektedir.

Buna göre, çemberin yarıçapının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaç br dir?

4.

Dik koordinat düzleminde

$$x^2 + y^2 - 5x + 3y + 4 = 0$$

çemberinin, x eksenini üzerindeki kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

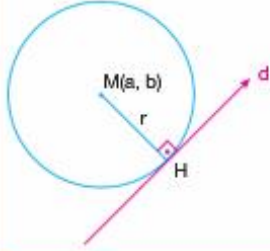
Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - IV

Örnek

Merkezi $M(-2, 3)$ olan çember

$$4x + 3y + 14 = 0$$

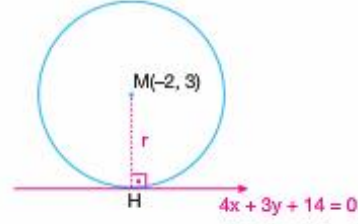
doğrusuna teğettir. Buna göre, çemberin standart denklemini bulunuz.



Doğru çembere bir noktada teğet ise $|MH| = r$ olur.



Çözüm



$M(-2, 3)$ noktasının $4x + 3y + 14 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı çemberin yarıçapı olur.

$$r = \frac{|4(-2) + 3 \cdot 3 + 14|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3$$

Çemberin denklemini

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

1. Merkezi $M(2, 0)$ olan çember



$$5x - 12y + 3 = 0$$

doğrusuna teğet olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

3. $4x - 3y + m = 0$ doğrusu



$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

çemberine teğet olduğuna göre, m nin pozitif değeri kaçtır?

2. Merkezi $M(0, 3)$ olan çember



$$\sqrt{3}x + y + 1 = 0$$

doğrusuna teğet ise, çemberin standart denklemini bulunuz.

4. $2x + 4y - m = 0$ doğrusu



$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$$

çemberine teğet olduğuna göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

sonuç yayınları

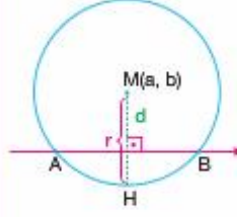
1. 1 2. $x^2 + (y - 3)^2 = 4$ 3. 15 4. -12

Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - V

Örnek

$y = x + 1$ doğrusu ile
 $(x - 1)^2 + y^2 = 20$
 çemberinin kesişme noktalarını bulunuz.

Çözüm



Bir doğru ile bir çember iki noktada kesişiyorsa $r > d$ olur.

$(x - 1)^2 + y^2 = 20$ çemberinin merkezi $M(1, 0)$ yarıçapı $2\sqrt{5}$ br dir.

Merkezinin $y - x - 1 = 0$ doğrusuna uzaklığı

$$\frac{|0 - 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \text{ olup yarıçaptan küçük olduğu için}$$

çemberi iki noktada keser.

Kesişme noktasını bulmak için denklemleri ortak çözelim y yerine $x + 1$ yazalım.

$$(x - 1)^2 + y^2 = 20 \Rightarrow (x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 20$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 = 20$$

$$x^2 = 9, \quad x = \pm 3$$

$$x = 3 \text{ için } y = 4, \quad x = -3 \text{ için } y = -2$$

Kesişme noktaları $A(3, 4)$ ve $B(-3, -2)$ dir.

1. $x = y$ doğrusu ile
 $x^2 + y^2 = 50$
 çemberinin III. bölgedeki kesişim noktasının koordinatlarını bulunuz.

3. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi ile
 $x - 2y + 5 = 0$
 doğrusu iki farklı noktada kesişmektedir.
 Buna göre, çemberin yarıçapının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç br dir?

2. $y = 2x$ doğrusu ile
 $x^2 + y^2 = 20$
 çemberinin I. bölgedeki kesişim noktasının koordinatlarını bulunuz.

4. Dik koordinat düzleminde $4x - 3y + 3 = 0$ doğrusunun
 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 13$
 çemberini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

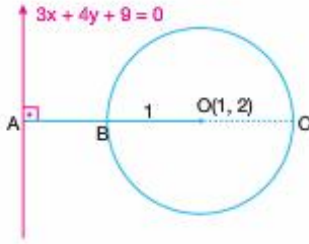
1. $(-5, -5)$ 2. $(2, 4)$ 3. 3 4. 6

Çember ile Doğrunun Birbirine Göre Konumu - VI

Örnek 1

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ çemberi üzerindeki noktaların $3x + 4y + 9 = 0$ doğrusuna en küçük ve en büyük uzaklıklarını bulunuz.

Çözüm



Şekilde görüldüğü gibi en küçük uzaklık $|AB|$ ve en büyük uzaklık $|AC|$ dir.

$O(1, 2)$ noktasının $3x + 4y + 9 = 0$ doğrusuna uzaklığı

$$|OA| = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

$|AB| = |AO| - r = 4 - 1 = 3$ br (En küçük uzaklık)

$|AC| = |AO| + r = 4 + 1 = 5$ br (En büyük uzaklık)

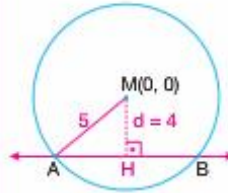
Örnek 2

$x^2 + y^2 = 25$ çemberinin

$$3x + 4y - 20 = 0$$

doğrusu üzerinde, ayırdığı kirişin uzunluğu kaç birimdir?

Çözüm



$x^2 + y^2 = 25$ çemberinin merkezi $M(0, 0)$ yarıçapı 5 birimdir.

Çemberin merkezinin doğruya uzaklığı

$$d = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \text{ br dir.}$$

Merkezden kirişe çizilen dikme kirişi iki eş parçaya ayırır.

AHM dik üçgeninde pisagor bağıntısından

$$|AH|^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow |AH| = 3 \text{ br dir.}$$

$|AB| = 6$ br bulunur.

1. $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ çemberinin $y = 4$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı kaç birimdir?

3. $x + y + 4 = 0$ doğrusu ile

$$x^2 + y^2 = 17$$

çemberi A ve B noktalarında kesiştiğine göre, $|AB|$ kaç br dir?

2. $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 9$ çemberinin $5x + 12y - 3 = 0$

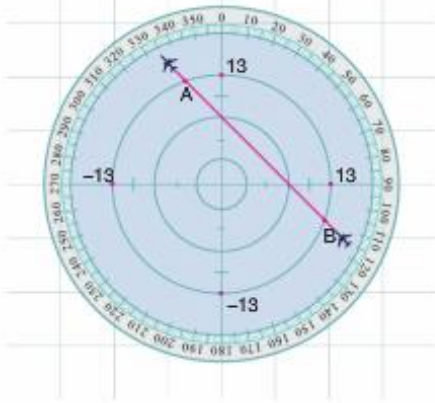
doğrusuna olan en büyük uzaklığı kaç birimdir?

4. $3x + 4y + 27 = 0$ doğrusunun

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 100$$

çemberinin içinde kalan kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

1.



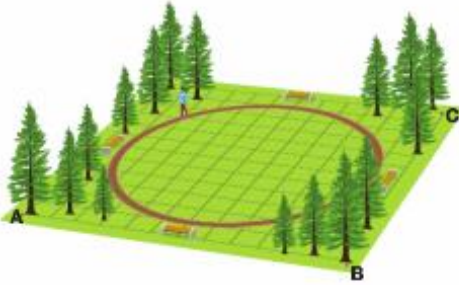
Bir havalimanındaki dairesel radar ekranında bir uçağın doğrusal rotası yukarıdaki gibidir.

Uçağın rotası A ve B noktalarından geçen $x + y = 5\sqrt{2}$ doğrusuna karşılık gelmektedir.

Buna göre, radardaki veriler dikkate alındığında A ve B noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

2.



Eş birim karelerle ölçeklendirilmiş resimdeki parkın yürüyüş yolunun denklemi

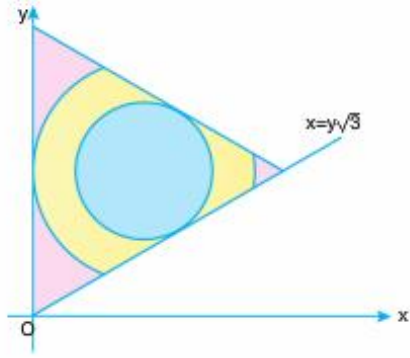
$$x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$$

olan bir çemberdir.

AB x eksenine, BC y eksenine paralel olduğuna göre, parkta yürüyen Nehir'in resimdeki konumunun koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 6) B) (-2, 3) C) (6, 0)
D) (6, 2) E) (3, -2)

3.



Metin matematik dersi etkinliği için önce bir üçgen kağıt kesiyor. Ardından kestiği üçgenin üzerine bir kenarına teğet olacak biçimde daire şeklinde bir kağıt yapıştırıp dairenin üçgenden taşan kısımlarını kesiyor. Sonra daha küçük bir daire şeklindeki kağıdı merkezleri aynı olacak biçimde diğer dairenin üzerine yapıştırdığında küçük daire üçgenin iki kenarına teğet oluyor.

Metin oluşturduğu bu şekli analitik düzlemde üçgenin bir kenarı y eksenine, bir kenarı $x = y\sqrt{3}$ doğrusu üzerinde olacak şekilde yerleştirdiğinde büyük dairenin standart denklemi $(x - 3\sqrt{3})^2 + (y - 7)^2 = r^2$ olmaktadır.

Buna göre, küçük dairenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 9π B) 12π C) 18π D) 24π E) 27π

sonuç yayınları

TESTLER

Çemberin Standart Denklemi

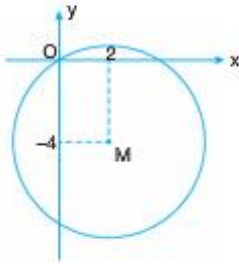
1. Merkezi $M(2, -3)$ ve yarıçapı $2\sqrt{3}$ birim olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 12$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 12$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 12$
 D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 6$
 E) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 3$

2. Standart denklemi $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 5$ olan çemberin merkezi ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $M(5, -3), r = 5$ B) $M(-5, 3), r = 5$
 C) $M(5, -3), r = \sqrt{5}$ D) $M(5, 3), r = \sqrt{5}$
 E) $M(-5, 3), r = \sqrt{5}$

3.

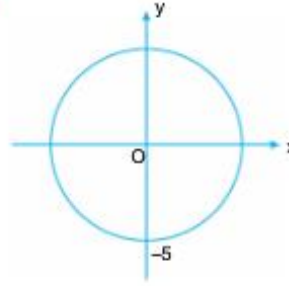


Analitik düzlemde verilen M merkezli çember orijinden geçmektedir.

Buna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 10$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 D) $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$

4.



Analitik düzlemde O merkezli çember verilmiştir. Buna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + (y - 5)^2 = 5$ B) $(x - 5)^2 + y^2 = 5$
 C) $x^2 + y^2 = 25$ D) $(x - 5)^2 + y^2 = 25$
 E) $x^2 + (y - 5)^2 = 25$

5. Merkezi $M(2, 3)$ olan ve $P(-2, 0)$ noktasından geçen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$
 B) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$
 D) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$
 E) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

6. Merkezi $M(-4, 5)$ olan ve orijinden geçen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 9$
 B) $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 9$
 C) $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 41$
 D) $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 41$
 E) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 41$

7. Merkezi $2x + y = 6$ ve $x - y = -3$ doğruları üzerinde ve yarıçapı 3 birim olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 3$
 B) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 3$
 C) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$
 D) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
 E) $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$

8. Merkezi $x + y = 7$ ve $y = 4$ doğruları üzerinde olan ve orijinden geçen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$
 B) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 C) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$
 D) $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$
 E) $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$

9. $M(-3, 7)$ merkezli çember, $A(3, 15)$ noktasından geçtiğine göre, çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

10. $M(-1, 2)$ merkezli, 5 birim yarıçaplı çember $A(3, y)$ noktasından geçtiğine göre, y nin negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

11. $[AB]$ çaplı çemberin merkezi $M(-5, 4)$ dir. A noktasının koordinatları $(-8, 7)$ olduğuna göre, B noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -2 D) 6 E) 10

12. Merkezi $M(3, -5)$ olan çember x eksenine teğet olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç br dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. Merkezi $M(-2, y)$ ve yarıçapı 6 birim olan çember x eksenine teğet olduğuna göre, y nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -12 C) -24 D) -36 E) -48

14. Merkezinin apsisi -2, yarıçapı 4 br olan çember x eksenine 2. bölgede teğet olduğuna göre, standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 D) $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 E) $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$

1. C 2. E 3. D 4. C 5. B 6. C 7. D 8. A 9. D 10. A 11. C 12. C 13. D 14. A

Çemberin Standart Denklemi

1. Merkezi x ekseninde olan ve x eksenini $(-2, 0)$ ile $(6, 0)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + y^2 = 16$
 B) $(x - 2)^2 + y^2 = 16$
 C) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 16$
 D) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$
 E) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$

2. Merkezi $M(-4, 1)$ olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, yarıçapı kaç br dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Merkezi $M(x, -6)$ ve yarıçapı 4 birim olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, x in negatif değeri kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

4. Merkezi $M(-2, -3)$ olan çember y eksenine teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 B) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$
 D) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 E) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$

5. Merkezinin ordinatı -3 , yarıçapı 6 br olan çember y eksenine 3. bölgede teğet olduğuna göre, standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 36$
 B) $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 36$
 C) $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 36$
 D) $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 6$
 E) $(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 36$

6. Merkezi y ekseninde olan ve y eksenini $A(0, -1)$ ve $B(0, -5)$ noktalarında kesen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + (y - 3)^2 = 4$
 B) $x^2 + (y + 3)^2 = 4$
 C) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 2$
 D) $x^2 + (y + 3)^2 = 2$
 E) $x^2 + (y - 3)^2 = 2$

7. Merkezi negatif tarafta x ekseninde bulunan ve yarıçapı 2 birim olan çember orijinden geçmektedir. Buna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + y^2 = 4$
 B) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$
 C) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 D) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 E) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

8. Merkezi orijinden 4 birim uzaklıkta x ekseninde bulunan ve y eksenine teğet olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x^2 + y^2 = 16$
 B) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 C) $(x + 4)^2 + y^2 = 16$
 D) $(x - 4)^2 + y^2 = 4$
 E) $x^2 + (y - 4)^2 = 16$

9. Merkezi pozitif tarafta y ekseninde bulunan ve yarıçapı 3 birim olan çember orijinden geçmektedir. Buna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 3)^2 + y^2 = 9$
 B) $x^2 + y^2 = 9$
 C) $x^2 + (y - 3)^2 = 9$
 D) $(x - 3)^2 + y^2 = 9$
 E) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$

10. Merkezi orijinden 5 birim uzaklıkta y ekseninde bulunan ve x eksenine teğet olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x^2 + (y - 5)^2 = 5$
 B) $x^2 + (y + 5)^2 = 5$
 C) $(x - 5)^2 + y^2 = 25$
 D) $x^2 + y^2 = 25$
 E) $x^2 + (y - 5)^2 = 25$

11. Merkezi $M(2, m)$ olan ve eksenlere teğet olan çemberin merkezi 4. bölgede olduğuna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 2$
 B) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 C) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
 D) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 E) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

12. Yarıçapı 7 birim olan çember ikinci bölgede her iki eksene teğet olduğuna göre, standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x - 7)^2 + (y - 7)^2 = 49$
 B) $(x - 7)^2 + (y + 7)^2 = 49$
 C) $(x + 7)^2 + (y - 7)^2 = 49$
 D) $(x + 7)^2 + (y + 7)^2 = 49$
 E) $x^2 + y^2 = 49$

13. Her iki eksene teğet olan ve $A(-1, -2)$ noktasından geçen çemberin yarıçapı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. Merkezi $M(-6, -6)$ olan ve her iki eksene teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

sonuç yayınları

1. B 2. D 3. D 4. E 5. E 6. B 7. A 8. C 9. C 10. E 11. C 12. C 13. C 14. E

Çemberin Standart Denklemi

1. Her iki eksene teğet olan ve $A(1, 2)$ noktasından geçen çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(-1, 1)$ B) $(-2, 2)$ C) $(3, 3)$
D) $(-4, -4)$ E) $(5, 5)$

2. Her iki eksenede teğet olan ve $A(2, 4)$ noktasından geçen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
C) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
D) $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
E) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$

3. Merkezi $2x - y = 6$ doğrusu üzerinde bulunan ve eksenlere teğet olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
C) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 2$
D) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 2$
E) $x^2 + y^2 = 2$

4. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 20$ çemberi y eksenini A ve B noktalarında kesmektedir. Buna göre, $[AB]$ nı çap kabul eden çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(0, -1)$ B) $(0, -2)$ C) $(0, -3)$
D) $(0, -4)$ E) $(0, -5)$

5. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 37$ çemberi x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

Buna göre, $[AB]$ nı çap kabul eden çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-3, 0)$ B) $(-2, 0)$ C) $(-1, 0)$
D) $(1, 0)$ E) $(2, 0)$

6. $A(4, 0)$, $B(0, -2)$ ve $C(0, 0)$ noktalarından geçen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$
B) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$
C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$
D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$
E) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$

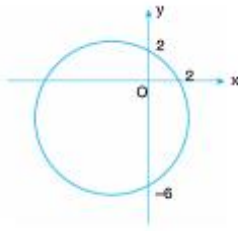
7. Analitik düzlemde $x = 2$ ve $x = 6$ doğrularına teğet olan ve merkezi, $y = x$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, 1)$ B) $(2, 2)$ C) $(3, 3)$
D) $(4, 4)$ E) $(5, 5)$

8. Analitik düzlemde $y = -3$ ve $y = 5$ doğrularına teğet olan ve merkezi $y = 2x - 5$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$
B) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$
C) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$
D) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 64$
E) $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 64$

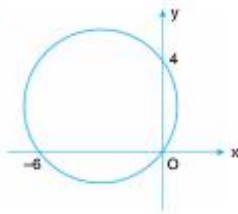
9.



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 10$
- B) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$
- C) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 20$
- D) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 20$
- E) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 20$

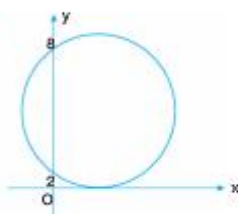
10.



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 13$
- B) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 13$
- C) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 13$
- D) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 26$
- E) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 26$

11.



Yandaki şekilde verilen çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 10$
- B) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 10$
- C) $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 25$
- D) $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 25$
- E) $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 25$

12.

A(-2, 0) ve B(6, 0) noktalarından geçen çemberin merkezi $y = -3$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

13.

A(3, 0) ve B(7, 0) noktalarından geçen çemberin merkezi $y - 3 = 0$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 13$
- B) $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 13$
- C) $(x + 5)^2 + (y + 3)^2 = 13$
- D) $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 28$
- E) $(x + 5)^2 + (y + 3)^2 = 28$

14.

Analitik düzlemde,

$$2x - y + 3 = 0$$

$$2x - y + 5 = 0$$

doğrularına teğet ve merkezi $x = 2$ doğrusu üzerinde olan çemberin merkezinin ordinatı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15.

Merkezi $y = 3$ doğrusu üzerinde bulunan çember $x - 3y + 2 = 0$ ve $x - 3y + 22 = 0$ doğrularına teğettir.

Buna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 10$
- B) $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 10$
- C) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 10$
- D) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 40$
- E) $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 40$

sonuç yayınları

1. E 2. B 3. A 4. C 5. A 6. B 7. D 8. C 9. E 10. A 11. D 12. B 13. B 14. E 15. C

Çemberin Genel Denklemi

1. $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 5 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 6) B) (-2, 6) C) (2, -6)
D) (1, -3) E) (-1, 3)

2. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $4x^2 + 4y^2 - 16x + 8y - 16 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin yarıçapı kaç br dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 1 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, -1) B) (-2, -1) C) (-2, 1)
D) (4, -2) E) (-4, 2)

5. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + k = 0$

denklemleriyle verilen çemberin yarıçapının 3 br olması için k kaç olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $x^2 + y^2 + 4x + ky - 3 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin yarıçapının 4 br olması için, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) 3 C) 6 D) 12 E) 18

7. $x^2 + y^2 + (a + 1)x - by + a + b - 1 = 0$

denklemleriyle verilen çemberin merkezinin koordinatları $M(-1, 2)$ olduğuna göre, yarıçapı kaç br dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $x^2 + y^2 + (3k - 9)xy + 3x - 1 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, k kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $x^2 + y^2 + (2k - 4)xy - 2x + 3ky + 1 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, merkezi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-2, 6)$ B) $(2, -6)$ C) $(1, -3)$
D) $(-1, 3)$ E) $(-1, -3)$

10. $x^2 + y^2 + (3a + 3)xy + (3 - a)x - 8ay + 4 = 0$
denklemini çember belirttiğine göre, yarıçapı kaç birimdir?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $x^2 + y^2 + (a - 2)xy + (6 - a)x + 2y - 4 = 0$
ifadesi çember belirttiğine göre, standart denklemini aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$
B) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$
C) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$
D) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$
E) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

12. $(2 - k)x^2 + ky^2 + 3x + (2k - 4)y - 4 = 0$
denklemini bir çember belirttiğine göre, k kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $(3a + 1)x^2 + (a + 5)y^2 + 5x - ay - 1 = 0$
denklemini bir çember belirttiğine göre, a kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. D 2. C 3. A 4. A 5. D 6. C 7. A 8. C 9. C 10. C 11. C 12. D 13. B

Çemberin Genel Denklemi

1. $(3a + 4)x^2 + ay^2 + 12x + 8ay - 3 = 0$ denklemini çember belirttiğine göre, merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, 8) B) (-6, 8) C) (6, -8)
D) (3, -4) E) (-3, 4)

4. $(k+1)x^2 + (3-k)y^2 + (2m-4)xy + (m+2)x + 8 = 0$ denklemini çember belirttiğine göre, merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 0) B) (0, 1) C) (-1, 0)
D) (-2, 0) E) (2, 0)

2. $(2k - 3)x^2 + (3 - k)y^2 - (6 - 2m)xy + 3by - 1 = 0$ denklemini çember belirttiğine göre, k . m çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

5. $x^2 + y^2 + 6x + 4y + k + 1 = 0$ denkleminin bir reel çember belirtmesi için k hangi aralıkta olmalıdır?

A) $(-\infty, 12)$ B) $(12, \infty)$ C) $(-12, \infty)$
D) $(-\infty, -12)$ E) $(-\infty, 24)$

3. $(3 - m)x^2 + (2m - 3)y^2 - mx - 8y + 1 = 0$ denklemini çember belirttiğine göre, yarıçapı kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0$ denkleminin bir nokta belirtmesi için m kaç olmalıdır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. $x^2 + y^2 + nx + 4y + 5 = 0$
denklemleri reel çember belirtmediğine göre, n
hangi aralıkta olmalıdır?
- A) $(-3, 2)$ B) $(-2, \infty)$ C) $(-\infty, 2)$
D) $(-2, 2)$ E) $(2, \infty)$

10. $2m(x^2 + y) + (y - 2x)(2y + 4x + 2) = 0$
denkleminin bir çember belirtmesi için m kaç
olmalıdır?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 2k + 1 = 0$
denklemleri sanal çember belirttiğine göre, k nin
en küçük tam sayı değeri kaçtır?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 2k - 3 = 0$
çemberi x eksenine teğet olduğuna göre, k
kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $(2m - 1)x^2 + 3y^2 + (n - m)xy + 3nx + 6y + 3k = 0$
denklemleri bir çember belirttiğine göre, k nin ala-
bileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $2x^2 + 2y^2 + 8x - 12y - 12 = 0$
çemberi ile aynı merkezli olan ve $P(1, 7)$ nokta-
sından geçen çemberin yarıçapı kaç birimdir?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. D 2. B 3. B 4. C 5. A 6. B 7. D 8. A 9. D 10. A 11. A 12. C

1. A(2, 1) noktası

$$x^2 + y^2 - 2x + y + c = 0$$

çemberinin üzerinde olduğuna göre, c kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

2. A(2, 3) noktası

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = r$$

çemberinin üzerinde olduğuna göre, r kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

- 3.
- $(x - 2)^2 + y^2 = 9$

çemberinin A(-2, 3) noktasına olan uzaklığı en az kaç br dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 4.
- $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$

çemberinin A(3, 9) noktasına en kısa uzaklığı kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 5.
- $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$

çemberinin A(3, 1) noktasına uzaklığı en çok kaç br dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 6.
- $(x + 6)^2 + (y - 2)^2 = 16$

çemberinin A(2, -4) noktasına olan uzaklığı en çok kaç br dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

- 7.
- $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$

çemberinin A(-1, -2) noktasından geçen en kısa kirisinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y + 3 = 0$ B) $x + y - 1 = 0$
 C) $x - y - 2 = 0$ D) $x + y - 2 = 0$
 E) $x - y + 3 = 0$

8. A(2, 4) noktasından

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

çemberine çizilen teğetin değme noktası B olduğuna göre, |AB| kaç br dir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1. B 2. D 3. A 4. E 5. E 6. D 7. A 8. A

1. $x^2 + y^2 + 2x - 9y = 0$

çemberi ile $y = 1$ doğrusunun kesim noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. $x^2 + y^2 + 4x + 12y - 50 = 0$

çemberi ile $y = 3x$ doğrusunun kesiştikleri nokta A ve B olduğuna göre, $|AB|$ kaç br dir?

- A) $6\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{10}$
D) $12\sqrt{5}$ E) $12\sqrt{10}$

2. $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$

çemberi ile $x + y = 1$ doğrusunun kesim noktası aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (1, 0) B) (0, 1) C) (2, -1)
D) (-1, 2) E) (3, -2)

5. $2x^2 + 2y^2 + 2k - 3 = 0$

çemberi ile $y = x - 1$ doğrusu teğet olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $x^2 + y^2 - 2x + y - 9 = 0$

çemberi ile $x - y + 3 = 0$ doğrusunun kesim noktası aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (-1, 2) B) (1, 4) C) (2, 5)
D) (3, 6) E) (-2, 1)

6. $4x + 3y + m = 0$ doğrusu

$x^2 + y^2 = 9$ çemberini kesmiyorsa m nin en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

7. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$ çemberi $3x = 4y$ doğrusunu kesmediğine göre, k nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ çemberinin $3x - 4y - 3 = 0$ doğrusuna teğet olması için r kaç olmalıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $x^2 + (y - 3)^2 = 5$ çemberi ile $2x + y + k = 0$ doğrusu kesişmediğine göre, k nin en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) -8 B) -9 C) -10 D) -11 E) -12

10. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi ile $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$ doğrusu kesişmemektedir.

Buna göre, çemberin yarıçapının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $4x + 3y + m = 0$ doğrusunun

$$x^2 + y^2 + 6x - 2y - 6 = 0$$

çemberiyle ortak noktaları olmadığına göre, m nin alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

12. Dik koordinat düzleminde,

$$x^2 + y^2 + 6x - 5y - 14 = 0$$

çemberinin, y eksenini üzerindeki kirisinin uzunluğu kaç birimdir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

sonuç yayınları

1. B 2. A 3. A 4. C 5. A 6. C 7. B 8. B 9. B 10. B 11. B 12. B

1. Merkezi $M(2, 1)$ olan çember

$$6x + 8y + 10 = 0$$

doğrusuna teğet olduğuna göre, yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Merkezi $M(-2, 0)$ olan çember

$$x - 1 = 0$$

doğrusuna teğet olduğuna göre, çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 2)^2 + y^2 = 3$
B) $(x + 2)^2 + y^2 = 9$
C) $(x + 2)^2 + y^2 = 3$
D) $(x - 2)^2 + y^2 = 9$
E) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$

3. $5x - 12y + k = 0$ doğrusu

$$(x + 8)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

çemberine teğet olduğuna göre, k nin değerleri toplamı kaçtır?

- A) -104 B) -52 C) 0 D) 52 E) 104

4. $2x - 3y + m = 0$ doğrusu

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 13$$

çemberine teğet olduğuna göre, m nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -120 B) -90 C) -60 D) -30 E) 0

5. $y = 3x$ doğrusu ile

$$x^2 + y^2 = 10$$

çemberinin kesişme noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 3) B) (2, 6) C) (-2, -6)
D) (3, 9) E) (-3, -9)

6. $y = x + 1$ doğrusu ile

$$x^2 + y^2 = 5$$

çemberinin kesişme noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-3, -2) B) (-2, -1) C) (-1, 0)
D) (2, 3) E) (3, 4)

7. $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi ile

$$3x - y + 10 = 0$$

doğrusu iki farklı noktada kesişmektedir.

Buna göre, çemberin yarıçapının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Dik koordinat düzleminde $2x - y + 5 = 0$ doğrusunun

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

çemberini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

9. $(x + 2)^2 + y^2 = 9$ çemberinin $x = -8$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$ çemberinin

$3x - 4y - 13 = 0$ doğrusuna olan en büyük uzaklığı kaç birimdir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

11. $x + 2y + 10 = 0$ doğrusu ile

$$x^2 + y^2 = 24$$

çemberi A ve B noktalarında kesişiyor.

Buna göre, $|AB|$ kaç br dir?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

12. $5x + 12y + 22 = 0$ doğrusunun

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

çemberinin içinde kalan kısıminin uzunluğu kaç birimdir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

sonuç yayınları

1. C 2. B 3. E 4. A 5. A 6. B 7. D 8. A 9. C 10. E 11. D 12. B

1. Dik koordinat düzleminde, $x = 3$ ve $x = -4$ doğrularının $x^2 + y^2 = 25$ çemberini kestiği noktaları köşe kabul eden kirisler dörtgeninin alanı kaç birim karedir?

A) 42 B) 48 C) 49 D) 50 E) 56

(2014 – LYS1 / GEO)

2. Dik koordinat düzleminde merkezleri sırasıyla $(9, 0)$ ve $(13, 0)$ noktaları olan ve orijinden geçen iki çember veriliyor.

Sonra; büyük çemberin, küçük çembere teğet ve y eksenine paralel olan, kiris çiziliyor.

Bu kirisin uzunluğu kaç birimdir?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 22 E) 24

(2015 – LYS1/GEO)

3. Dik koordinat düzleminde, $x^2 + y^2 = 26$ çemberinin 6 birim uzunluğundaki kirislerinin orta noktalarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 = 11$ B) $x^2 + y^2 = 14$
C) $x^2 + y^2 = 17$ D) $x^2 + y^2 = 20$
E) $x^2 + y^2 = 23$

(2016 – LYS / GEO)

4. Dik koordinat düzleminde $(0, 10)$ noktasından geçen bir çember x -eksenine $(20, 0)$ noktasında teğettir.

Buna göre, bu çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 25 E) 30

(2017-LYS1/MAT)

5. Dik koordinat düzleminde birinin merkezi $(12, 0)$ noktası, diğerinin merkezi ise $(0, 9)$ noktası olan iki çember sadece $(4, 6)$ noktasında kesişmektedir.

Bu çemberlerin orijine en yakın olan noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{13}$
D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{10}$

(2018-AYT)

6. Dik koordinat düzleminde, $x + y = 4$ doğrusu ile iki eş parçaya ayrılan çember x -eksenini tek noktada, y -eksenini ise iki farklı noktada kesmektedir.

Çemberin y -eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 4 birim olduğuna göre, çemberin çevresi kaç birimdir?

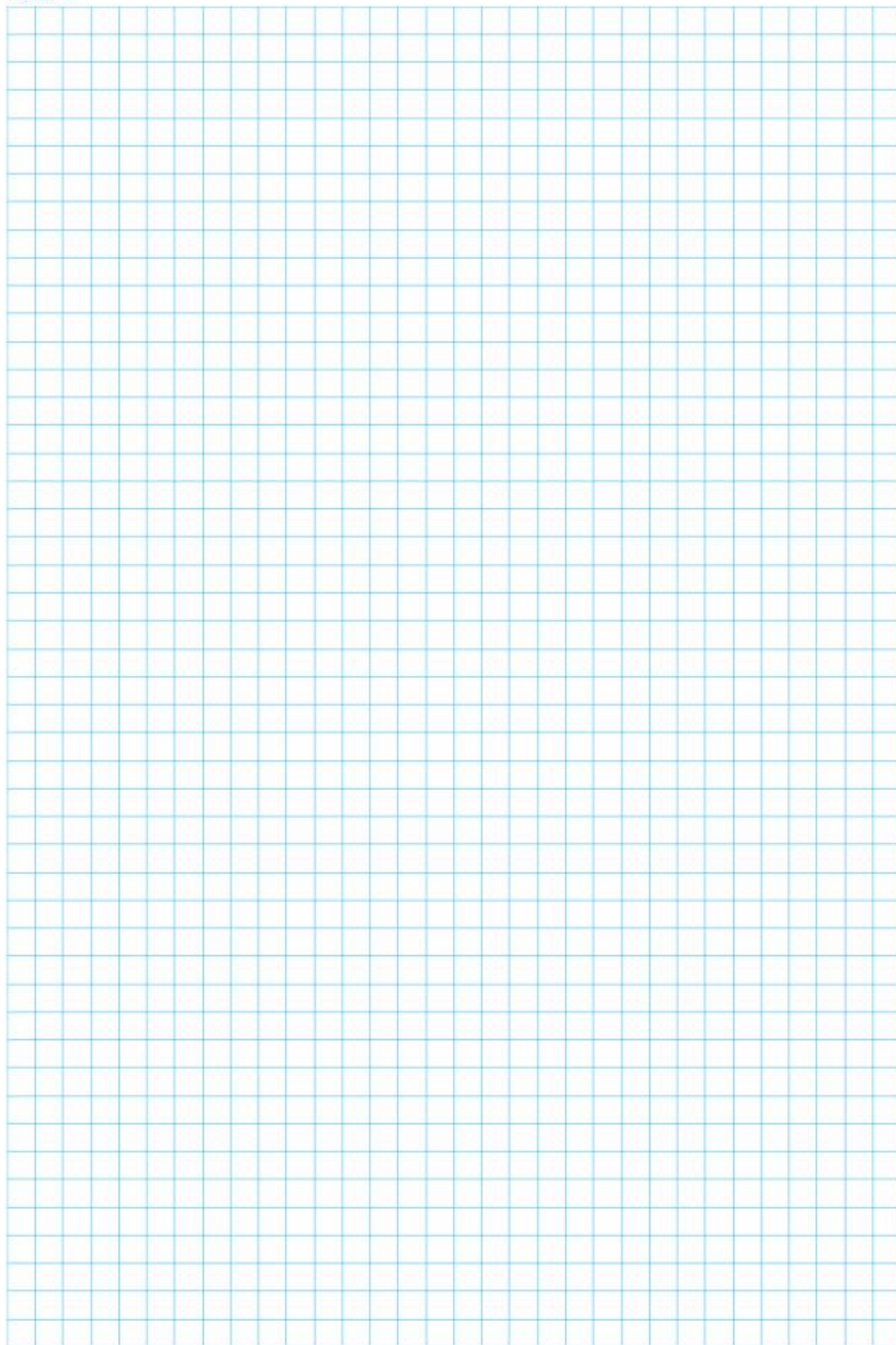
A) 4π B) 5π C) 6π D) 7π E) 8π

(2019-AYT)

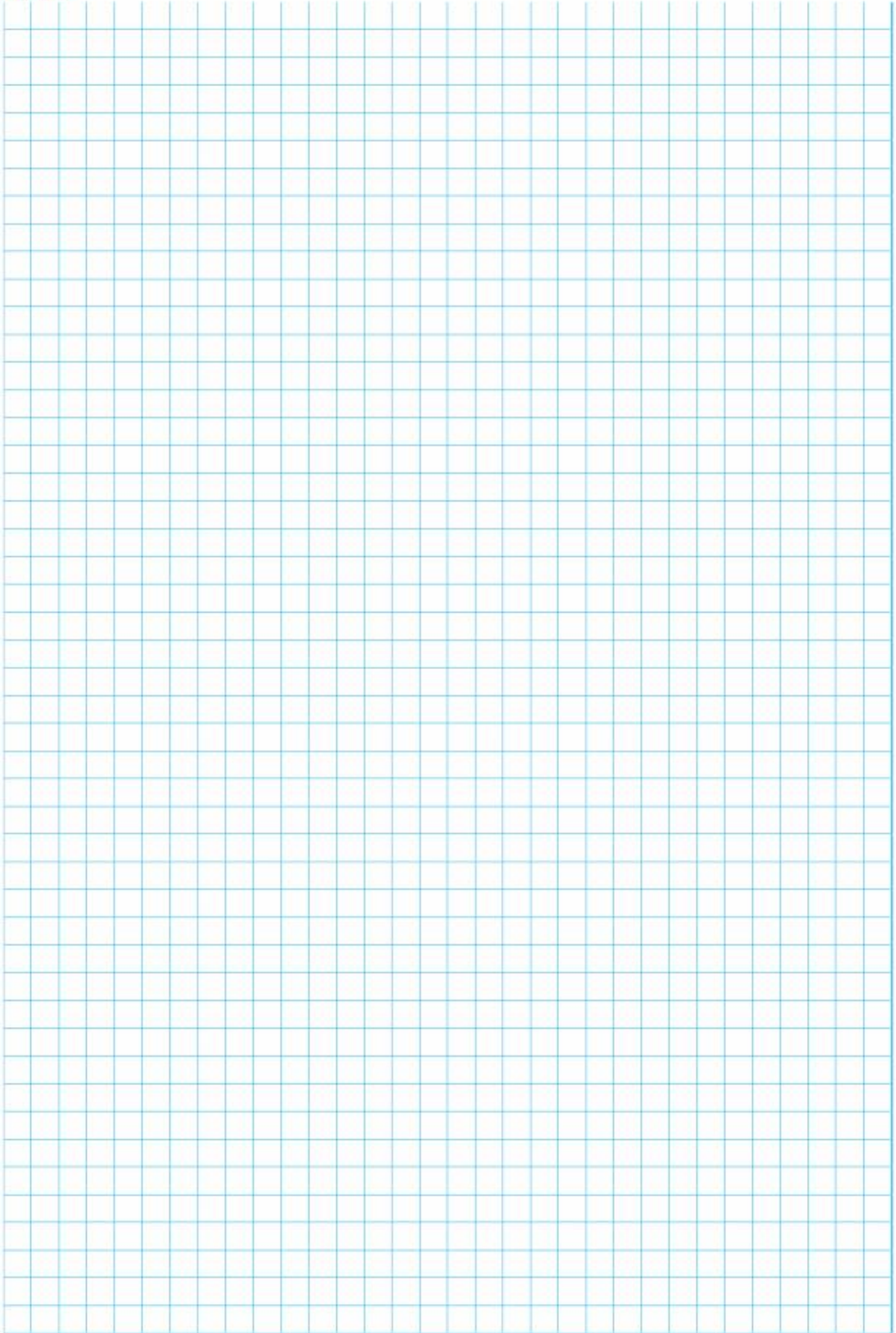
ÇIKMIŞ SORULAR CEVAP ANAHTARI

1. C 3. C 5. D
2. E 4. D 6. B

Notlar ...



Notlar ...



Notlar ...

